X. 153

Lyc. o. 59,2

Math. o.

Hochschulbibliothek
Abt.: Mall Nr.: 5 2
Bamberg

Anwendung
der feinern
Mathematik
auf die
Physik, und Artillerie
herausgegeben
von
Anton Barth
der Gesellschaft Jesu Priester, und offentl. ord. Lehrer der Mathematik
zum
Gebrauche seiner Schüler.

Practischer Theil.

München,
Im Verlag bey Johann Nep. Fritz, Churfl. Akademischen und burgerl. Buchhändler nächst dem schönen Thurme.
1773.

LYZEUMS REKTORAT BAMBERG

Anwendung der Mathematik practischer Theil ꝛc.

Imprimatur.

Sig. München in dem Churfürstl. hochlöbl. Bücher = Censur = Collegio den 16. Jänner 1773.

Wilhelm Wodiczka, Secretär.

STAATSBIBLIOTHEK BAMBERG

Dem Hochgebohrnen
Herrn Herrn
Joseph Ferdinand Maria
des
heil. römischen Reichs Grafen
von
Salern
auf Geltolfing ꝛc. Sr. Churfürstl.
Durchläucht in Baiern Kammerer,
wirklichen geheimen Rath,
General Feldmarschall-Lieutenant, Oberst-Landzeugmeister,
und Innhaber des löblichen
Artillerie Korps,
auch
des hochadelichen Ritterordens des heil.
Michaels
Großkreuz
meinen gnädigen Herrn Herrn ꝛc.

Dem Hochgebohrnen
Herrn Herrn
Joseph Ferdinand Maria
des
heil. römischen Reichs Grafen
von
Salern
auf Gerolfing &c. Sr. Churfürstl.
Durchlaucht in Baiern Kämmerer,
[illegible] wirklichen geheimen Rath,
General Feldmarschall - Lieute-
nant, [illegible]
und [illegible]
Artillerie Corps,
auch
des hochadelichen [illegible] Ordens
[illegible]
Großkreuz
meinem gnädigen Herrn Herrn &c.

Vorrede.

Der in der Mathematik schon geübte und erfahrne Leser wird in diesem Werkgen um desto weniger neue Lehrsätze, neue Aufgaben und neue Erfindungen erwarten, wenn er er nur bedenken will, daß ich nicht für ihn, sondern für Anfänger und Schüler geschrieben, für die in allen Wissenschaften auch die ältesten Erfindungen noch immer neu genug sind. Ich befliß mich aber meine Sammlung nur aus den besten Auctoren, die mir von diesem Fache bekannt waren, und von dem, was sie in vollen Bänden abgehandelt, kurze Auszüge zu machen. La Chapelle, Leupold, Belidor, Clairaut, Kraft, Wolf, unsere PP.

Paulus Guldinus, Perchtold Hauser, Philipp Steinmeyr, Jos. Walcher, und das erst vor kurzem in Latein ans Licht gebrachte schöne Werk unsers P. Ignatz Pickels Lehrers der Mathematick auf der Universität zu Dillingen ꝛc. (besonders seine schöne Abhandlung über das Feldmessen) sind es, denen meine Schüler diese Blätter meistens zu verdanken haben.

Doch, die Wahrheit zu gestehen, ich fand auch in diesen neuern Scribenten nichts oder wenig, das ich nicht schon in einem ihrer Vorfahrer las. Neue Anmerkungen, neue Beweisungsarten, eine neue Ordnung der Materien, neue Erklärungen, neue Beyspiele, eine neue Sprache ꝛc. sind vieleicht das mehrste, was man in den Schriften der allerneusten Schriftsteller neu nennen kann. Es bleiben nämlich die alten Lehrsätze und geometrischen Wahrheiten immer die alten, und ist jener Scribent der glücklichste, der sie deutlicher entwickelt, besonders, wo nur

von den Elementarbüchern die Rede ist.

Jeder nahm, was ihm für seine Absicht am tauglichsten zu seyn schien, für sich: jeder bemühte sich das, was ihm bey andern dunkel vorkam, nach seinen eigenen Begriffen deutlicher zu erklären: jeder wollte die Sache dem Anfänger begreiflicher machen. Das wollte eben auch ich; und die glücklichen Versuche, die ich hierüber mit meinen Schülern gemacht, waren bisher der tröstliche Lohn meiner Arbeit. Nichts kömmt in diesen Blättern vor, worüber nicht einige meiner Schüler ofentliche Proben abgelegt haben, daß sie es begriffen.

Weil ich mein Buch eine Anwendung der Mathematik auf die Physik und Artillerie genennet, war meine Absicht weder eine vollständige Physik, weder eine vollständige Artillerie zu schreiben. Nur den Physikern sowohl als den Artilleristen wollte ich durch einige ihrer Hauptgegen-

stände zeigen, wie ihnen die Mathematik zu ihrer Wissenschaft unentbehrlich sey, und wie sie selbe in diesen, und unzählbar anderen dergleichen in der Physik sowohl, als Artillerie vorkommenden Materien anwenden sollen.

Ich fieng meine Abhandlung von den Maßstäben an, und hielt mich in der Visierkunst länger auf, als man es vieleicht in diesem Werke erwartete. Allein, wenn man sich erinneren will, daß ein jeder Artillerist vorzüglich ein guter Visier seyn solle, und daß sich diese Kunst ein bisgen weiter, als auf das Wein- oder Bierfaß erstrecke, wird meine noch so weitläufige Abhandlung hierüber dem Leser schon kürzer vorkommen, besonders, weil die wenigsten von der Visierkunst ausführlich in ihren Elementarbüchern geschrieben.

So wird es aber auch für einen Physiker nicht übel lassen, wenn er diese Kunst verstehet.

Das Feldmessen ist ohnehin eine Wissenschaft, die sich alle Gattungen der Gelehrten bekannt machen sollen, und hat sie P. Ignatz Pickel, zwar kurz, wie er sagt, aber dennoch in seinem neuen treflichen Werke, welches er ja hauptsächlich für die Physiker geschrieben, noch weitläufiger abgehandelt, als ich, der ich nur das nöthigste davon hieher übersetzet habe.

Die Ballistik warum sie hier stehet, hat keiner Rechtfertigung nöthig, wenn man nur weiß, daß sie die Kunst Bomben zu werfen heisse, und die Büchsenmeisterey einer der ersten Gegenstände eines Artilleristens sey, für die ich schrieb. Der gelehrte P. Hauser sah diese Wissenschaft so gar für einen Theil der Physik an, und wollte sie darum aus der seinigen nicht weglassen.

Von der Mechanik habe ich eben wieder nur, was ich einem Physiker und einem Artilleristen zu wissen höchst nöthig zu

seyn glaubte, angebracht, und etwas weniges von der Anwendung der höheren Geometrie auf die Cathoptrik nur als noch ein Beyspiel am Ende meines Buches hinzugesetzt, wie der Schüler seine Elementarmathematik, oder seine Geometrie und Allgebra auf noch tausend andere dergleichen Wissenschaften anwenden könne.

Das Urtheil, ob ich meine Absicht erreichet habe, lasse ich dem geneigten Leser über, den ich versichere, daß ich alle Buchstaben dieses Werkes nur zur größeren Ehre Gottes, und allgemeinen Nutzen meiner Leser geschrieben.

Practische
Anwendung
der
Elementargeometrie
zur
Meßkunst.

I. Abschnitt.
Von den Maaßstäben.

§. 1.

Ein Maaßstab ist so ein Werkzeug, der einem Feldmesser, einem Physiker, und einem Artilleristen lediglich unentbehrlich ist.

§. 2.

§. 2. Es giebt eine Menge verschiedner Gattungen der Maaßstäbe. Die Civil- und Militärbaukunst, die Astronomie, die Gnomonik, die Hydraulik, die Musik ꝛc. jede hat ihre ganz besondere, und auch diese noch verschiedne Maaßstäbe. Doch können wir sie in zwo Hauptgattungen theilen, weil ein jeder Maaßstab zu einer aus diesen nothwendig gehören muß; denn alles, was wir messen können, ist entweder nur eine Länge, oder es ist eine Fläche, oder es ist ein Körper. Es ist also ein jeder Maaßstab entweder ein Maaßstab der Linien, oder ein Maaßstab der Flächen, oder ein Maaßstab der Körper; und wenn wir schon in der Astronomie und Gnomonik auch Zeit- oder Stundenmaaßstäbe haben, können wir uns derselben nur in so weit bedienen, weil wir die Zeit durch Linien ausdrücken. Weil aber eine jede Fläche zwo Dimensionen hat, und dem Producte aus der Grundlinie und ihrer Höhe gleich ist, haben wir hierzu keines besondern Maaßstabes nöthig, und können uns des Längen- oder Linienmaaßstabes bedienen, wie wir in der praktischen Geometrie bald sehen werden. Die Körpermaaßstäbe haben etwas besonders. Wir haben dahero nur zweyerley Gattungen der Maaßstäbe in diesem Abschnitte zu erklären, und von eines jeden Verfertigung und Gebrauche zu handeln.

I. Ab-

I. Abhandlung.

Von den Maaßstäben der Linien, oder der Längen.

§. 3. Aufgabe. Einen Linien- oder Längenmaaßstab verfertigen. (I. Fig.)

I. Auflösung. Man ziehe eine unbestimmte Linie A C, und schneide davon aus C gegen B mit einer sehr kleinen Oefnung des Zirkels 10. gleiche Theilgen ab. Den ganzen Raum B C aber übertrage man auf die noch übrige Linie A B, so oft sichs thun läßt, und schreibe die Zahlen so hin, wie sie in der 1. Figur zu sehen, so ist der Maaßstab fertig. Und dieser ist aus allen geometrischen Maaßstäben der schlechteste und einfältigste; er thut aber doch bey Abmessung der Längen, wo eben nicht gar eine genaue und kleine Theilung nöthig ist, seine Dienste; dahero er von den Baumeistern und Feldmessern jederzeit am Ende ihrer Pläne beygesetzt wird.

Vom Gebrauche dieses Maaßstabes.

§. 4. Man kann die Theile dieses Maaßstabes annehmen, für was man will. Nimmt man die kleinen

nen Theile der Linie BC für Linien an, so bedeuten die Theile der Linie AB lauter Zoll. Nimmt man aber jene für Zolle an, bedeuten diese Schuhe. Läßt man endlich jene für Schuhe gelten, wird jeder Theil der Linie AB eine Ruthe von 10. Schuhen ausdrücken.

§. 5. I. **Aufgabe.** **Eine Linie** *ab* **messen, die kleiner ist, als unser Maaßstab AC.**

Auflösung. Man nehme mit dem Zirkel die Weite der Linie *ab*, und versuche, sie so lang auf den Maaßstab anzubringen, bis beede Zirkelspitze in zween Puncten unsrer Theilung fallen. Hier in unsrer Figur wird man wahrnehmen, daß der einte Zirkelfuß in die Zahl 3 der Linie AB, der andere aber in die Zahl 4 der Linie BC falle. Wäre nun die Linie ABC in wahre Zoll getheilet, so wär die Linie *ab* eben 3″. 4‴. das ist, 3 Zoll und 4 Linien lang.

§. 6. II. **Aufgabe.** **Eine Linie ED messen, die größer ist, als der Maaßstab AC.**

Auflösung. Man nehme mit dem Zirkel die Weite des ganzen Maaßstabes AC, und übertrage sie auf die Linie, die man messen will, z. B. auf ED, so oft sichs thun läßt, nämlich hier einmal aus E in

n,

n, den Rest *n*D mißt man nach der vorhergehenden Aufgabe, so wird die Linie ED = 11''.2'''. seyn.

II. Auflösung der §. 3. vorkommenden Aufgabe. 1. Auf eine Linie AH (II. Fig.) trage man aus dem Punct A gegen C 10 gleiche Theile von beliebiger Größe auf.

2. Uebersetze man die Weite AC auf die Linie AH, so oft sichs thun läßt, oder man gerne will.

3. Aus den Puncten A und H richte man die Perpendicularlinien AB und HI auf,

4. Die 10 gleiche Theile der Linie AC übersetze man auf die Linie AB und HI, und ziehe durch die Theilungs Puncte mit AH parallel laufende Linien.

5. Eben diese 10 Theile übersetze man zugleich auf die Linie BD, und ziehe die Querlinien C*a*, 1*b*, 2*c* ꝛc.

6. Zieht man nun auch die Linien EM, FL, ꝛc. so ist der Maaßstab fertig.

§. 7. Anmerkung. Es ist dieser Maaßstab viel künstlicher und viel bequemer, als der vorige, indem man viel kleinere Theile damit messen und bestimmen kann. Man verfertiget ihn insgemein auf rein abgeschliffenen Meßing. auf einer guten Theilmaschine, worauf die Arbeit nicht meht schwer ist. Eine der treflichsten Theilmaschinen ist auf hiesiger churbaierischen Münze zu sehen, Herr Christian Crenzing

Haupt-

Hauptmann von der Artillerie und Mechanic s hat sie vor Jahren angefangen, und der jetzige Herr Oberwerkmeister H. Bonifaz Doll vollkommen zu Stande gebracht.

Vom Gebrauche dieses Maaßstabes.

§. 8. Man kann auch die Theile dieses Maaßstabes annehmen, für was man will. Läßt man die kleinen Theile der Linie AC für Schuhe gelten, so werden AC, CE, E*f* rc. lauter Ruthen von 10 Schuhen seyn. Nimmt man entgegen die Theile CE, EF rc. für eine Länge von 10 Ruthen, oder 100 Schuhen an, so sieht man von sich selbst, daß jeder aus den kleinen Theilen der Linie AC 10 Schuhe gelten müsse. Die zwischen der Linie CD aber, und was immer für einer Querlinie, wie C*a*, liegende Theilgen bedeuten so viel ($\frac{1}{10}$) zehende Theile eines Theils C 1, oder 1 . 2 rc. als die oben an der Linie AB angeschriebene Zahl anzeiget.

Wir haben also z. B. 25° . 3′. auf einen Plan aufzutragen, so würde der einte Zirkelfuß in *m*, der andere in *n* zu stehen kommen, und *mn* die verlangte Länge bestimmen:

§. 9. In der dritten Figur sehen wir noch eine andere Gattung von einem geometrischen Tausendtheiligen

ligen Maaßstabe, in welchem die Linie AB in 50 gleiche Theile getheilet ist; und man sieht von sich selbst, daß man dadurch die kleinsten, z. B. den tausendsten Theil einer Ruthe, eines Schuhes, u. s. w. weit genauer, als durch den vorigen, bestimmen könne.

§. 10. Anmerkung. Unter diese Gattung der Maaßstäbe können auch die sogenannten Linientheiler gezählet werden, weil sie sich auf den nämlichen geometrischen Lehrsatz gründen, den ich im theoretischen Theile dieses Werkes (151. Blatte §. 32.) erwiesen.

§. 11. Aufgabe. Einen Linientheiler verfertigen.

Ehe wir diese Aufgabe auflösen, muß ich eine kleine Erinnerung voraussetzen. Wenn wir nur eine einzele, oder auch mehr, aber einander gleiche Linien in eine gewisse Zahl der Theile abtheilen wollten, würde es unvernünftig, und gedoppelte Arbeit seyn, zur Auflösung der Aufgabe erst diesen Maaßstab verfertigen wollen. Haben wir aber (IV. Fig.) mehr einander ungleiche Linien in die nämliche Zahl gleicher Theile zu theilen, werden wir die Bequemlichkeit dieses Linientheilers bald wahrnehmen. Wir haben z. B. die drey Linien, AB, *ef*, *gh* ꝛc. Jede soll in 7 gleiche Theile getheilet werden, so verfährt man so.

Auflösung. 1. Setze über die größte aus den gegebenen oder über eine noch größere ein gleichseitiges Dreyeck.

2. Theile mit dem Zirkel die Seite AB in die begehrten 7 Theile, und zieh die Linien M 1, M 2, M 3 ꝛc.

3. Aus dem Puncte M übersetze auf die Linien MA, und MB die Weite derjenigen Linie, die du noch theilen willst, z. B. die Linie gh in g und h, die Linie ef in e und f, u. s. f. so wird $go = \frac{1}{7}$ von der Linie gh, und $em = \frac{1}{7}$ von ef seyn.

§. 12. **Beweis.** Weil $Mg = Mh$
und $MA = MB$

So ist $Mg : Mh = MA : MB$

Es ist aber auch der Winkel AMB beyden Dreyecken gemein.

Dahero $\triangle Mgh \backsim \triangle MAB$.

Folglich läuft so wohl gh, als ef ꝛc. mit AB parallel.

Dahero $Mg : go = MA : A1$.

Nun ist $A1 = \frac{1}{7}$ von AB oder AM

Also ist auch $go = \frac{1}{7}$ von gh oder gM

Und $em = \frac{1}{7}$ von ef oder eM ꝛc. ꝛc.

(Geom. §. 29.)

§. 13. Anmerkung. Eben so kann man eine oder mehr Linien in ungleiche Theile abtheilen, die aber alle ein gegebenes Verhältniß gegeneinander haben, und ist diese Theilungsart besonders in der Geographie, und in der Kriegs- sowohl, als Civilbaukunst sehr bequem.

§. 14. Aufgabe. Verschiedne Theile einer gegebenen Linie, z. B. eines Werkzolles, auf einem Maaßstabe bestimmen.

Auflösung. 1. Zieh eine gerade Linie AB (V. Fig.) von unbestimmter Länge.

2. Setze in dem Punct A die gegebene Linie, z. B. die Länge des churbaierischen Landzolles AC senkrecht auf.

3. Theile die Linie AB in so viel gleiche Theile, als der Nenner des kleinsten Theiles, den man von der gegebenen Linie fordert, anzeiget. Z. B. Man begehrt von dem Zolle $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ------ $\frac{1}{12}$, so muß die Linie AB in 12 gleiche Theile getheilet werden.

4. Aus dem Punct B richte die Perpendicular BD = AC auf, und zieh CD.

5. Durch die Theilungspuncte zieh die mit AC parallellaufende Linien *ab*, *cd*, *ef*, u. s. f.

6. Zieh nun die Querlinien, oder Diagonalen A*d*, A*f*, A*h*, A*k*, A*m*, A*o* rc. so ist

der Maaßstab fertig, und wird $b2 = \frac{1}{2}$, $d3 = \frac{1}{3}$, $f4 = \frac{1}{4}$, $h5 = \frac{1}{5}$ u. s. f. des Zolles AC seyn.

Beweis. In den ähnlichen Dreyecken ACd, $2bd$

ist $dC : db = AC : b2$ (Theor. Geom. §. 32.)

Es ist aber $db = \frac{dC}{2}$.

Folglich auch $b2 = \frac{AC}{2}$. w. z. E.

Wiederum in den Dreyecken ACf, $3dF$

ist $fC : fd = AC : d3$.

Es ist aber $fd = \frac{fC}{3}$

Also auch $d3 = \frac{AC}{3}$ w. z. E.

§. 15. Anmerkung. Daß dieser Linientheiler um ein gutes bequemlicher, als der vorgehende sey, und man damit jede gegebene Linie in so viel Theile theilen könne, als man verlangt, braucht keine Erinnerung, wohl aber, daß man ihn von Holz, oder besser von Meßing so verfertigen könnte, daß es nicht nöthig für verschiedne Längen der Linien verschiedene Theiler oder Maaßstäbe zu machen, sondern der näm-

nämliche für alle Linien tauge, die eben nicht länger, als der Maaßstab selber, sind, wenn sich nur die Linie A *d* um ihr Centrum A, die Linie AC vertical, und endlich die Linie CD horizontal fortrücken läßt, doch so, daß sich die Linie AC so wohl als CD jederzeit selbst parallel bleiben. Ich will z. B. $\frac{1}{7}$ der Linie AC haben, so entferne ich die Regel CD (VI. Fig.) so weit von AB, bis AC sowohl, als BD der gegebenen Linie gleich ist, AC aber rücke ich gegen BD so lang herunter, bis die Linie AC beyderseits auf 7 steht. Endlich die um den Punct A bewegliche Regel A *d* rucke ich bis an den achten Punct der getheilten Regel CD, so wird $mn = \frac{1}{7}$ der gegebenen Linie AC seyn. u. s. f. Statt der Regel A *d* könnte man sich wohl auch eines zarten Seidenfades bedienen. Herr Andreas Wolf ein in diesem Fache unvergleichlicher Künstler, hat mir diesen beweglichen Maaßstab aufs genaueste von Meßing verfertiget. Die Bewegung aller Theile ist nach der Theorie des Parallellineals eingerichtet, das ich §. 142. vollständig beschreiben werde.

Von dem Chorden oder Sennenmaaßstabe.

§. 16. Aufgabe. Einen Sennenmaaßstab verfertigen. (VII. Fig.)

Auflösung. 1. Man suche aus den Sinustafeln die Sinus für die Bögen von 2°. 30'. von 5°. von 7°. 30' und so fort, wie sie in arithmetischer Progreßion wachsen, daß die Differenz jederzeit = $2 + \frac{1}{2}$ sey, bis 90°. Multiplicirt man nun diese gefundenen Sinus der Ordnung nach durch 2, so bekömmt man die Sennen von 5° zu 5°, wie nachstehende Tabelle zeiget.

°	Senn	°	Senn	°	Senn
5	87	35	601	65	1074
10	174	40	684	70	1147
15	261	45	765	75	1217
20	347	50	845	80	1285
25	432	55	923	85	1351
30	517	60	1000	90	1414

2. Zieh die unbestimmte Linie AM, und in dem Puncte A richte die Perpendicularlinie AB auf.

3. Theile diese Linie AB in 5, in 10, oder in 20 ꝛc. Theile, nach dem du die ganzen, oder die halben, oder die dritte Theil eines Grades bestimmen willst; denn würde man AB in 60 gleiche Theile abtheilen, und auf AC und BD die Sennen von Grade zu Grade übertragen, so hätte man auch die Sennen von den Minuten, wie wir bald sehen werden.

4.

4, Nimm auf einem tausendtheiligen geometrischen Maaßstabe (§. 6.) die Senne für 90°, nämlich 1414. diese trag auf die Linie AM aus A in C, so wird AC die Länge deines Maaßstabes seyn. Zieh also die mit AC und AB parallel laufende Linien BD und DC.

5. Nimm auf dem nämlichen Maaßstabe die Senne von 5° = 87 und übersetze sie aus A gegen C in 5. Die Senne von 10° = 174 aus B gegen D in 10. Die Senne von 15° = 261 aus A gegen C in 15. Die Senne von 20° = 347 wieder aus B gegen D in 20, und so wechselweis immer fort bis auf 90.

6. Durch die Theile der Linie AB zieh mit AC parallel laufende Linien.

7. Endlich zieh die Querlinien B 5, 5, 10. 10, 15. 15, 20 ꝛc. und schreib die gehörigen Zahlen dazu, so ist der Maaßstab fertig.

Vom Gebrauche dieses Maaßstabes.

§. 17. Anmerkung. Obschon dieser Maaßstab aus geraden Linien bestehet, kann man doch hauptsächlich Zirkelbögen damit messen, und die Maaße der Winkel, wie mit einem Transporteur, bestimmen. Daß aber diese Art Winkel zu messen, oder aufzutragen unvergleichlich besser sey, als mit einem, auch noch so genau und gut getheilten, Transporteur, sieht

 man

man von sich selbst, wenn man nur bedenken will, daß man damit daß Maaß eines Winkels bis auf einige Minuten bestimmen könne, obschon der Maaßstab nicht gar groß ist.

Den Gebrauch dieses Maaßstabes begreiflich zu machen, dürfen wir nur ein paar Aufgaben auflösen.

§. 18. I. **Aufgabe.** **Das Maas eines gegebenen Winkels bestimmen.**

Auflösung. 1. Weil die Senne von 60° dem Radius gleich ist, nimm auf dem Maaßstabe B 60 mit dem Zirkel, und beschreib mit dieser Oefnung aus B (VIII. Fig.) dem Spitze des Winkels den Bogen AC, der wird das gesuchte Maaß des gegebenen Winkels seyn.

2. Nimm mit dem Zirkel die Weite aus A in C, und geh mit dieser Oefnung auf deinen Maaßstab, so wirst du die Größe des gegebenen Winkels = *mn* 33° . 30′ finden.

§. 19. II. **Aufgabe.** **Einen gegebenen Winkel (z. B. von 27° . 30′.) zu Papier bringen an den gegebenen Punct C. (IX. Fig.)**

Auflösung. 1. Nimm wieder den Radius B 60 auf dem Maaßstabe mit dem Zirkel, und beschreib aus dem gegebenen Puncte C damit den Bogen AB.

2. Nimm auf eben dem Maaßstabe 27° . 30′. (wie in der 7ten Fig. *xz*) und übersetze sie auf den Bogen aus A in B.

3.

3. Zieh die Linie CB, so ist der begehrte Winkel gezeichnet.

§. 20. Die ganze Theorie, und der Beweis dieses Maaßstabes gründet sich auf den in unsrer Trigonometrie (§. 224. n. II.) angebrachten Satz, wo wir erkläret, daß der Sinus von was immer für einem Bogen AB (Fig. 126. Trig.) die halbe Senne des Bogens BAG sey, der eben nochmal so groß, als AB ist.

§. 21. **Anmerkung.** Eben dieser Lehrsatz kann uns dienen, eine und die andere in unsrer practischen Geometrie sehr nützliche Aufgabe aufzulösen. Wir haben zwar schon in der sechsten Abhandlung des theoretischen Theils von Beschreibung verschiedner Polygonen gehandelt; weil aber die Maaße mancher Polygonswinkel nebst den Graden noch Fractionen neben sich stehen haben, und man auf dem Transporteur diese Theile, oder die Minuten nur nach dem Augenmaaße beurtheilen muß, werden wir hier die Polygonsseiten sowohl durch den Tausendtheiligen, als durch unsern Chordenmaaßstab weit genauer bestimmen lernen.

§. 22. III. **Aufgabe.** **Ein regulares Polygon durch Beyhilfe des Chordenmaaßstabes in einen Zirkel beschreiben.**

§. 23. **Anmerkung.** In dieser Aufgabe können sich hauptsächlich zween Fälle ereignen; denn fürs erste kann der Radius des Zirkels, in dem man das Polygon beschreiben soll, **bestimmt** seyn, oder nicht. Zweytens kann der Polygonswinkel **kleiner**, oder **größer**, als 90° seyn.

I. **Auflösung** der Aufgabe, für den Falle, wo der Radius willkührlich kann angenommen werden, und der Polygonswinkel größer, als 90° ist: z. B. 128°. $\frac{4}{7}$. welches das Maaß des Winkels eines Siebeneckes ist.

1. Beschreibe mit der Senne von 60°, als dem Radius des Maaßstabes einen Zirkel ABD. (X.Fig.)

2. Zieh den gegebenen Polygonswinkel 128°. $\frac{4}{7}$ von 180° ab, und für den Rest 51. $\frac{3}{7}$ suche die Senne auf dem Maaßstabe, diese wird die Seite AB des gesuchten Polygons seyn, mit der du auf deiner Peripherie siebenmal herum kömmst.

II. **Auflösung.** Wenn der Radius C*d* oder der Zirkel gegeben wird. (XI. Fig.)

1. Ist der gegebene Radius C*d* größer, als der Radius *a*C des Maaßstabes, macht man es wie zuvor, und beschreibt darauf mit dem gegebenen Radio C*d* einen concentrischen Zirkel *d e m* ꝛc.

2. Ziehet man aus dem Mittelpunct durch die gefundenen Theilungspuncte *a*, *b* des kleinern Zirkels bis auf den äußersten blinde Linien, so werden diese ähnliche Bögen davon abschneiden, und die Polygonsseiten bestimmen, nämlich *de*, *em*, *mn* ꝛc.

3. Ist aber der gegebene Radius *a*C kleiner; macht mans eben so, und die aus dem Mittelpunkt an die Theilungspuncte *d*, *e*, *m*, *n* ꝛc. des größern Zirkels gezogene Linien, werden die Bögen, und folglich die Polygonsseiten in den kleinern bestimmen, nämlich *ab*, *bh*, *hk* ꝛc.

§. 24. IV. **Aufgabe.** *Ein regulares Polygon außenher um einen Zirkel beschreiben.* (XII. Fig.)

Auflösung. 1. Wenn man zuvor das Polygon inner dem Zirkel beschrieben, braucht es mehr nicht, als die Polygonsseite AB durch die Perpendicular C*d* in zween gleiche Theile theilen, und durch den Theilungspunct *d* eine mit AB parallellaufende Linie *mn* ziehen. Wird nun CA und CB verlängert, werden sie die Parallellinie in *m* und *n* durchschneiden, und hiemit *mn* die Seite des gesuchten Polygons seyn.

2. Jetzt darf man nur mit dem Radius C*m* einen Zirkel beschreiben, und die Senne *mn*, so oft

sichs

sichs thun läßt, in die Peripherie herum führen, so ist das Polygon beschrieben.

§. 25. V. Aufgabe. Ein regulares Polygon durch Beyhilfe eines tausendtheiligen Maaßstabes beschreiben.

Auflösung. 1. Man dividire die ganze Peripherie 360 durch die gedoppelte Zahl der Polygonsseiten, so giebt der Quotient den Bogen, dessen Sinus die Hälfte der gesuchten Polygonsseite ist. (Trigon. §. 224. II.)

2. Diesen Sinus multiplicire man also durch 2, so ist das Product die gesuchte Seite.

Anmerkung. In den Sinustafeln ist der angenommene Radius = 10000000, dahero man sich leicht folgende Tabelle durch die Rechnung verfertigen kann, in welcher die Polygonsseiten in solchen Theilen bestimmt zu finden, wie wir sie auf den geometrischen Maaßstäben haben. Ein einziges Beyspiel wird hinlänglich seyn, die Ausrechnung der ganzen Tafel begreiflich zu machen. Wir suchen z. B. die Seite eines regulären oder gleichseitigen Dreyeckes. So sieht die Rechnung ohngefähr so aus.

$\frac{360}{6} = 60.$ Nun ist der Sinus von 60° = 86602.54. die Hälfte der gesuchten Seite.

Da-

Dahero dia ganze Seite des Dreyeckes = 86602. 54 × 2 = 17320508. Eben so sucht man die Seiten der übrigen Polygonen, so wird folgende Tabelle daraus.

Zahl der Seiten.	Größe in den Theilen des Maaßstabes.	Zahl der Seiten.	Größe der Seiten in den Theilen des Maaßstabes.
III.	17320508	VIII.	7653668
IV.	14142135	IX.	6840402
V.	11755705	X.	6180339
VI.	10000000	XI.	5634651
VII.	8677674	XII.	5176380

Anmerkung. Man bedienet sich hier des tausendtheiligen geometrischen, nicht aber des Chordenmaaßstabes.

§. 26. Weil man aber so gar kleine Theile auf den geometrischen Maaßstäben nicht anbringen kann, läßt man in wirklicher Aufzeichnung eines Polygons sowohl vom Radius, als von dem gefundenen Sinus die letzten zwo, drey, oder auch vier Zahlen weg, und nimmt die Operation nur mit den ersten vor.

§. 27. Wenn der Radius des Zirkels, worein man das Polygon zeichnen soll, in einem bestimmten

Maaße

Maaße gegeben wird; z. B. es soll der Radius des Zirkels, in welchem man ein Siebeneck beschreiben soll, = 234″ seyn, so findet man die Polygonsseite im nämlichen Maaße durch die Regel Detri aus der vorhergehenden Tabelle. Man folgert so:

Wie sich verhält 10000 der Radius der Tabelle
zu 8677 der Seite des Heptagons.
So verhält sich 234 der gegebene Radius
zu x der gesuchten Heptagonsseite.

Ist also die Rechnung folgende.

$$10000 : 8677 = 234'' : x$$

```
        8677
         234
     -------
       34708
      26031
     17354
   ---------
     2030418 | 2°0'3" = x
     1  0000 |
```

Um also das Heptagon zu beschreiben, nehme man auf einem ordinari tausendtheiligen Maaßstabe 234 Theile, und beschreibe mit diesem Radius einen Zirkel. Alsdenn nehme man 203″, und setze es, so oft sichs thun läßt, in der Peripherie herum, so ist das begehrte Siebeneck fertig.

§. 28. VI. Aufgabe. Ueber eine gegebene Linie AB = 203″ (XIII. Fig.) ein regulares Polygon, z. B. ein Siebeneck beschreiben.

Auflö-

Auflösung. 1. Man suche das Verhältniß der Polygonsseite AB = 203 zum Radius aus der vorhergehenden Tabelle durch folgende Analogie:

8677 : 10000 = 203″ : x

so findet man x = 234″.

2. Man nehme also 234 auf dem Maaßtabe, und mache damit aus A und B zween Bögen, die sich in o schneiden werden: so hat man den Mittelpunct des Zirkels, von dessen Peripherie der Bogen AB der siebende Theil seyn wird, und hiemit das gesuchte Heptagon über die gegebene Linie AB leicht kann beschrieben werden, wenn man sie, so oft sichs thun läßt, in der gefundenen Peripherie herumträgt.

§. 29. Anmerkung. Das System oder vollständige Lehrgebäude, welches uns erst vor kurzem der vortrefliche H. Georg Friederich Brander der churbaierischen Akademie der Wissenschaften Mitglied und Mechanicus in Augsburg geliefert, verdienet hier unsre Aufmerksamkeit. Das Werkgen ist ungemein schön und nützlich ausgearbeitet, und werden alle die, welche sich den Gebrauch seines sechsfachen Maaßstabes einmal bekannt gemacht haben, die Ersparung mancher Arbeit, die sie in Verfertigung so vieler neuer Maaßstäbe würden haben auf sich nehmen müssen, dem unermüdeten Fleiß dieses gelehrten H. Mechanicus zu verdanken wissen.

§. 30.

§. 30. Doch scheinet mir der zum allgemeinen Gebrauche bequemste und vortheilhafteste Maaßstab zu seyn, den sich P. Ignatz Weinhard aus unsrer Gesellschaft offentl. und ordentl. Lehrer der Mathematik in Ynnsprugg nach der Theorie des (§. 11.) beschriebeneu Linientheilers verfertiget. Er hat, nebst andern, auch diesen Vorzug, daß man sich dessen, wie des branderischen, in allen Fällen bedienen kann, und für die Zeichnung eines kleinern oder größern Plans nicht erst nöthig hat, einen besondern Maaßstab zu verfertigen. Wir können ihn also wohl einen Universalmaaßstab nennen, dessen Verfertigung und Gebrauch ich noch kurz zum Beschluß dieser Abhandlung erklären will.

Von einem Universalmaaßstabe.

§. 31. I. Aufgabe. Einen Universalmaaßstab verfertigen.

Auflösung. 1. Man beschreibe ein gleichseitiges Dreyeck A B C, und theile die Grundlinie in so viel gleiche Theile, als man will, z. B. in 10, derer der äußerste A, wieder in 10 gleiche Theile getheilet wird, wie bey einem gemeinen geometrischen Maaßstabe.

2. Auf

2. Auf die Theilungspuncte der Grundlinie (XIV. Fig.) zieh man aus dem Puncte C die Linien C 1, C 2, C 3 rc. und schreibe die gehörigen Zahlen dazu hin. Aus dem nämlichen Puncte C müssen eben auch auf die Theilungspuncte des Theils A 1, zehen dergleichen Linien gezogen, und die Zahlen so, wie sie in der Figur zu sehen, angeschrieben werden.

3. Zieh man mit AB parallel laufende Linien *aa*, *bb*, *cc*, *dd* rc. so viel man ohne Verwirrung, oder dem Auge wehe zu thun, ziehen kann, so ist der Maaßstab fertig.

Vom Gebrauche des Universalmaaßstabes.

§. 32. I. Aufgabe. Jede gegebene Linie in eine bestimmte Zahl gleicher Theile theilen. Es soll z. B. die Linie *mn* in 7 gleiche Theile getheilt werden.

Auflösung. 1. Man nehme die Weite *mn* mit dem Zirkel, und gehe mit dem einten Schenkel des Zirkels auf die Linie C 7 des Maaßstabes so lang auf, oder ab, bis der andere Schenkel auf der Linie AC in die nämliche Parallellinie eintrift, wie hier in *hk*, so ist *hk*, und folglich auch die gegebene Linie

mn durch die aus C auf die Grundlinie AB gezogene Linien in 7 gleiche Theile getheilet. Man darf also nur einen dergleichen Theil, wie $ko = \frac{1}{7}$ mit dem Zirkel nehmen, und auf die gegebene Linie *mn* so oft auftragen, als sichs thun läßt.

§. 33. Anmerkung. Man sieht ohne meine Erinnerung, daß die gegebene Linien (wie beym Linientheiler) nicht größer seyn dörfen, als die Grundlinie des Maaßstabes ist. Weil aber bey Aufzeichnung der Pläne gar selten eine größere Linie, als etwann ein halber, oder auch ein ganzer Schuh zu theilen vorkömmt, könnte man überhaupt für die Größe des Maaßstabes einen halben, oder auch einen ganzen Schuh bestimmen, so würde der Gebrauch davon noch ziemlich allgemein seyn.

§. 34. II. Aufgabe. Eine, oder mehr Linien, wie *pq*, RT &c. mit einer andern *mn* vergleichen, die auf dem Maaßstabe schon zuvor abgemessen worden.

Es sey $pq <$, RT aber $> mn$.

Auflösung. 1. Weil $mn = hk$ in 7 gleiche Theile getheilet, kann eben die Linie *hk* zum Maaßstab für 1000 andere gegebene Linien dienen, um sie mit *mn* zu vergleichen. Man darf nur mit dem

Zirkel

Zirkel die Linie $p\,q$ fassen, und sie auf der Linie $h\,k$ so anbringen, wie wir (§. 5.) von dem gemeinen Maaßstabe gelehret, so wird das Verhältniß der Linie $p\,q$ zu $m\,n$ bekannt; nämlich $p\,q : m\,n = 3\frac{1}{5} : 7$, das ist, $p\,q$ enthält $3\frac{1}{5}$ solcher Theile, derer $m\,n$ 7 enthält; denn die Linie $p\,q$ trift eben in $r\,s$ auf dem Maaßstabe ein.

Weil aber $RT > m\,n$, übersetzt man die bekannte Linie $m\,n$ auf die gegebene $R\,T$ so oft sichs thun läßt, und man findet hier $R\,T = 10\frac{5}{10}$; denn es ist $m\,n$, oder $h\,k = T\,1 = 7$. Der Rest $1\,R$ aber $= s\,t = 3\frac{5}{10}$, folglich ist die Summe $= 7 + 3 + \frac{5}{10} = 10 + \frac{5}{10}$, und verhält sich also $m\,n : R\,T = 7 : 10\frac{1}{2}$.

Man findet dahero in diesem Maaßstabe so viel neue und verschiedne Längenmaaßstäbe, als man immer Parallelen mit der Grundlinie gezogen.

§. 35. **Anmerkung.** Dieses Universalmaaßstabes haben sich **Peter Anich** der berühmte Feldmesser in Tyroll, und sein Nachfolger **Blasius Hueber** nach der Vorschrift ihres Lehrers **P. Ignaz Weinhards d. G. J.** in ihren genauesten ichnographischen Operationen bey Verfertigung der großen Karte des bergichten Tyrolls mit ungemeinen Vortheile bedienet.

§. 36. Zum Beschluß dieser Abhandlung will ich noch eine andere Art Linien zu theilen, die ich von einem praktischen Baumeister gelernet, weil sie mir in verschiedenen Umständen sehr bequem zu seyn schien, hersetzen, und nur durch ein Beyspiel erklären.

Ich soll z. B. die Linie AC (XV. Fig.) in 5 gleiche Theile abtheilen, so fange ich bey C mit einer willkührlichen Zirkelöfnung *a* C die aber dem Augenmaaße nach $< \frac{1}{5}$ A C ist, meine Theilung an, so wird der fünfte und letzte Theil in *n* eintreffen.

2, Aus diesem Puncte *n* nun beschreibe ich einen Zirkelbogen mit der nämlichen Weite *a* C, und zieh den Radius *n m*.

3 Aus dem Puncte A zieh ich eine mit *n m* parallellaufende Linie AD, und aus C durch *m* die Linie CB, so wird AB der fünfte Theil von AC seyn.

§. 37. Anmerkung. Man sieht von sich selbst, daß man auf solche Art jede gegebene Linie in so viel gleiche Theile abtheilen könne, als man will; denn es ist jederzeit aus der Construction $an : nm = AC : AB$. (Theor. Th. Geom. §. 32.

II. Ab-

II. Abhandlung.

Von den Maaßstäben der Körper.

Ich setze hier zum voraus, der Schüler habe sich aus dem theoretischen Theile die dritte Abhandlung von Ausmessung der dichten Körper bekannt gemacht, wo ich erinnert, daß wir, gleichwie wir für das gemeine Maaß der Flächen das Quadrat annehmen, also uns, um Körper auszumessen, des Cubus bedienen.

Von allen Körpermaaßstäben kömmt fast keiner in unsern bürgerlichen Handlungen öfter vor, als die pythometrische Visierruthe. Ich entschloß mich dahero eine genaue und deutliche Abhandlung darüber zu verfertigen für Leute, die sich auf die Visierkunst begeben wollen.

Von der Visierruthe überhaupt.

§. 38. Die Visierruthe ist ein Maaßstab, womit man den dichten Innhalt verschiedner Fässer und anderer Geschirre bestimmt.

§. 39. Es giebt derer hauptsächlich zwo Gattungen: die erstere wird die Quadratruthe, die zweyte die Cubicruthe genennt.

Diese hat zwar die Bequemlichkeit, daß man damit den Innhalt eines Gefässes ohne Rechnung bestimmen kann; und mag wohl dieß eigentlich die Ursache seyn, warum sich insgemein unsere Herrn Visiers lieber der Cubic- als der Quadratruthe bedienen. Allein sie ist noch ziemlich unrichtig: sie kann nur bey gleichförmigen Gefässen, und in solchen Ländern sicher, und ohne beträchtlichen Fehler gebraucht werden, in welchen man bey Verfertigung der Fässer eine bestimmte Proportion oder Verhältniß beobachtet.

Die Quadratruthe entgegen ist für alle cylinderförmige Geschirre und Fässer tauglich, und ist die Rechnung, die dabey vorkömmt, so leicht und kurz, daß man sich darüber wohl gar nicht aufhalten solle.

Von der Quadratruthe.

Anmerkung. Die Theilung der Quadratruthe kann auf zweyerley Art vorgenommen werden, geometrisch, und arithmetisch, oder durch die Rechnung. Nun mag wohl zuweilen aus Abgang der zur geometrischen Theilung nöthi-

nöthigen Instrumenten die arithmetische Theilungsart richtiger, und bequemer, als die geometrische seyn; ich will sie also beyde durch ein paar Aufgaben erklären.

§. 40. I. Aufgabe. Eine Quadratvisierstäbe geometrisch verfertigen.

Auflösung. 1. Läßt man sich aus Blech, Kupfer, oder einer andern Materie ein cylindrisches Gefäße zubereiten, welches genau eine Landmaaß hält, und ziemlich nieder ist. (XVI. Fig.)

2. Trägt man den Durchmesser des Bodens dieses Gefässes genau auf die Linie AB (XVII. Fig.)

3. In dem Puncte B wird eine senkrechte Linie BC 3 bis 4 Schuhe lang aufgerichtet.

4. Wird B1 = BA gemacht, so ist A1 der Durchmesser eines Gefässes von 2 Maaß, welches aber eben die Höhe *mn* hat, wie das Geschirr, das wir kurz vorher (XVI. Fig.) beschrieben.

5. Macht man nun auf der Linie BC den Theil B2 = A1, so wird A2 der Durchmesser eines Gefässes von 3 Maaß seyn.

6. Macht man eben so B3 = A2. B4 = A3. B5 = A4 u. s. f. bis etwann auf 60, bekömmt man die Durchmesser B1, B2, B3, B4 ꝛc. von

1, 2, 3, 4 rc. Maaß eines Geschirres, welches immer die nämliche Höhe *mn* hat.

7. Nun trägt man alle diese Theile B 1, B 2, B 3 rc. auf die Seite *dc* des von Metalle oder auch von gutem Holze verfertigten Maaßstabes (XVIII. Fig.) genau auf.

Auf die andere Seite GH aber wird die Höhe *mn* so oft aus H gegen G aufgetragen, als sichs thun läßt, welche Theile wieder in 2, 3, oder 4 kleinere nach Belieben können abgetheilt werden, so ist der Maaßstab fertig.

§. 41. II. Aufgabe. Eine Ziffertafel verfertigen, aus der die Visierruthe leicht und genau kann getheilet werden.

Auflösung. Man setze 64 oder mehr Zahlen der Ordnung nach her, z. B. 1. 2. 3. 4. 5 rc. bis 64. zu jeder insonderheit setze man zwo, vier, oder acht Nullen, oder, was eben so viel heißet, das Quadrat der ersten Maaß, nämlich (wenn wir den Diameter für 1000 annehmen) 1000000 multiplicire man durch 2, durch 3, durch 4 u. s. f. so bekömmt man 1000000. 2000000. 3000000. 4000000. rc. zieht man nun aus jeder dieser Zahlen die Quadratwurzel aus, werden wir folgende Ziffertafel erhalten.

Durch-

Durchmesser.	Maaß.	Tausendste Theile.	Hunderste Theile.
I	1	1000	100
	2	1414	141
	3	1732	173
II	4	2000	200
	5	2236	224
	6	2450	245
	7	2658	266
	8	2828	283
III	9	3000	300
	10	3162	316
	11	3316	332
	12	3464	346
	13	3605	361
	14	3742	374
	15	3874	387
IV	16	4000	400
	17	4123	412
	18	4242	424
	19	4361	436
	20	4472	447
	21	4583	458
	22	4690	469

Durchmesser.	Maaß.	Tausendste Theile.	Hunderste Theile.
	23	4796	480
	24	4897	490
V	25	5000	500
	26	5099	510
	27	5196	520
	28	5291	529
	29	5385	539
	30	5477	548
	31	5567	557
	32	5657	566
	33	5744	574
	34	5831	583
	35	5916	592
VI	36	6000	600
	37	6083	608
	38	6164	616
	39	6245	624
	40	6325	632
	41	6403	640
	42	6481	648
	43	6557	656
	44	6633	663

Durchmesser.	Maaß.	Tausendste Theile.	Hunderste Theile.
	45	6708	671
	46	6782	678
	47	6856	686
	48	6928	693
VII	49	7000	700
	50	7071	707
	51	7141	714
	52	7211	721
	53	7280	728
	54	7348	735
	55	7417	742
	56	7483	748
	57	7550	755
	58	7616	762
	59	7681	769
	60	7746	775
	61	7810	781
	62	7874	789
	63	7937	794
VIII	64	8000	800

Vom

Vom Gebrauche dieser Tafel.

§. 42. Was jede Columne oder Seite in dieser Tafel zu bedeuten habe, sieht man aus dem überal obenan stehenden Worte: Durchmesser, Maaß, tausendste Theile rc. nur muß ich noch erklären, wie man sich dieser Tafel in wirklicher Theilung der Visierruthe bedienen soll.

§. 43. III. **Aufgabe. Eine Quadratruthe arithmetisch, oder durch Beyhilfe der Ziffertafel verfertigen.**

Auflösung. 1. Trage die Weite A B (§. 40. n. 2.) auf die Linie B C (XIX. Fig.) achtmal (welches schon hinlänglich ist) auf, so wird deine Ruthe B C in 8 gleiche Theile getheilet seyn, derer jeder dem Diameter des Geschirrs R (XVI. Fig.) gleich ist.

2. Der erste davon B D wird in 1000, oder in 100 kleinere Theilchen getheilet, welches durch einen tausendtheiligen geometrischen Maaßstab (§. 9.) leicht geschieht, besonders, wenn man schon zu vor den Diameter A B der Länge des Maaßstabes gleich machen läßt.

3. Weil nun A D schon tausend Theile zum voraus hat, und bey E sich schon 2000, bey F 3000 u. s. f. endigen, kann die in der Tafel sowohl auf der

drit-

dritten als vierten Columne angesetzte erste Zahl jederzeit weggelassen, und die Theilung bey den Puncten D E F ꝛc. fortgesetzt werden.

4. Dahero nimmt man auf dem Maaßstabe mit einem guten Zirkel, der eine Stellschraube haben soll, 414 (oder, wenn man den Durchmesser A B nur in 100 getheilet) 41 Theile, und trägt sie aus D gegen E auf die Ruthe in *l*, so ist B *l* der Diameter von 2 Maaß.

5. Für den dritten Theilungspunct nimmt man wieder auf dem Maaßstabe 732 (oder 73) und trägt sie auf die Ruthe aus D in *m*, so ist B *m* der Diameter für 3 Maaß.

6. Um den vierten Punct zu finden, nimmt man auf dem Maaßstabe 1000 (oder 100) und trägt sie aus D in E auf.

Anmerkung. Trift dieser Punct nicht genau in den schon zuvor gemachten Punct E ein, ists ein ungezweifelter Beweis, daß entweder der geometrische Maaßstab, oder die vorher gemachte Theilung unrichtig sey, und muß wiederholet werden.

So verfährt man nun auch mit den übrigen Puncten, die man aus der vor sich liegenden Ziffertafel auf dem Maaßstabe nimmt, und, wenn die Zahl über

2000 aus E gegen F, wenn sie über 3000 aus F gegen G, wenn sie über 4000 aus G gegen H, wenn sie über 5000 aus H gegen I, wenn sie über 6000 aus I gegen K, wenn sie über 7000 aus K gegen C, wo 8000 zu stehen kömmt, aufträgt.

§. 44. Will man auch die Theilungspuncte für die halben Maaß auf der Ruthe haben, muß man sich noch eine Tafel nach folgender Aufgabe verfertigen.

§. 45. IV. Aufgabe. Eine Ziffertafel für die halben Maaß verfertigen.

Auflösung. 1. Nachdem man den Diameter AB in 1000 Theile getheilet, multiplicire man das Quadrat dieses Diameters = 1000000 durch $1 + \frac{1}{2}$, oder durch 1 + 5 Scrupel = $\frac{5}{10}$. Hernach durch $2 + \frac{1}{2}$, durch $3 + \frac{1}{2}$, durch $4 + \frac{1}{2}$ u. s. f. so bekömmt man 1500000. 2500000. 3500000 ꝛc. Aus diesen Producten ziehe man die Quadratwurzel, so erhält man folgende Tabelle oder Ziffertafel.

Die

Die halben Maaß	Tausendste Theile	Hunderste Theile
1 ½	1224	122
2 ½	1581	158
3 ½	1870	187
4 ½	2121	212
5 ½	2345	234
6 ½	2550	255
7 ½	2738	274
8 ½	2915	291
9 ½	3082	308
10 ½	3240	324
11 ½	3391	339
12 ½	3535	353
13 ½	3674	367
14 ½	3807	381

§. 46. Anmerkung. Es erstrecket sich die Tafel nur bis auf die Hälfte, die sich zwischen 14 und 15 Maaß befindet. Für die übrigen kann man die halben Theile leicht mit dem Zirkel finden, obwohl die Theile gegen C hinauf immer ein wenig abnehmen, und die Hälften gegen B jederzeit ein wenig grösser, als gegen C seyn sollen. Es ist aber der Unterschied über 15 hinauf so klein, daß, wenn man schon die Theile auch genau halbirt, der Fehler im Visiren ohnmög-

lich

lich könne wahrgenommen werden, und man also sicher darüber hingehen könne.

§. 47. Verlangt man endlich auch noch von diesen halben Theilen die allerkleinsten, die eben noch sichtbar seyn können, darf man sich nur noch eine dritte Tabelle verfertigen, wie folgende Aufgabe lehret.

§. 48. V. **Aufgabe.** Eine Ziffertafel für die Decimaltheile, oder Scrupel verfertigen.

Auflösung. Man multiplicire wieder das nämliche Quadrat = 1000000 durch $\frac{1}{10}$, durch $\frac{2}{10}$, durch $\frac{3}{10}$ u. s. f. Aus den Producten 100000. 200000 ꝛc. ziehe man die Quadratwurzel aus, so erhält man folgende Tabelle.

Scrupel.	Hunderste Theil.	Tausendste Theil.
0	0	0
1	316	32
2	447	45
3	548	55
4	632	63
5	707	71
6	774	77

Scru-

Scrupel.	Tausendste Theil.	Hunderste Theil.
7	836	84
8	894	89
9	949	95
10	1000	100
11	1040	105
12	1095	109
13	1140	114
14	1183	118
15	1224	122
16	1265	126
17	1304	130
18	1342	134
19	1378	138

§. 49. Anmerkung. Man bedienet sich dieser zwo letzteren Tabellen eben so wie der erstern in Theilung der Visirruthe.

Vom Gebrauche der Quadrat Visir-Ruthe.

§. 50. Anmerkung. Die Erfahrung lehret, daß man sicher und ohne merklichen Fehler jedes Wein- oder Bierfaß für einen Cylinder ansehen

könne, dessen Diameter oder Durchmesser die mittlere Proportionalgröße zwischen dem grösseren E F und kleineren Diameter *a c* des Fasses ist (Fig. XX.) Dieß zum voraus gesezt, können wir den Gebrauch dieser Visirruthe nunmehr deutlich erklären.

§. 51. VI. Aufgabe. Den Innhalt, oder den inneren Raum eines Fasses durch die Quadratruthe bestimmen.

Auflösung. 1. Mit der Seite *d e* der Visirruthe (XVIII. Fig.) worauf die Durchmesser abgetheilet sind, miß den Diameter *a c* (XX. Fig.) des Faßbodens, wie auch den Diameter E F ohne die Holzdicke mitzunehmen durch das Spundloch, oder auch außer dem Fasse.

2. Suche zwischen beyden die mittlere arithmetische Proportionalgröße (Theor. Th. allg. §. 71.) diese wird der Diameter des Cylinders seyn, der dem Fasse gleich ist. Dieser gefundene Diameter wird (*diameter æquata*) der äquirte Diameter genennt.

3. Mit der Seite G H der Visirruthe miß die Länge des Fasses A B, und, weil man nicht den äussern, sondern den inneren Raum des Fasses suchet, bey allen Fässern aber die Tauben beyderseits vorragen, auch

die

die Böden ihre Dicke haben, zieh von der äußeren Länge des Fasses ohngefähr 2 Zoll ab.

4. Den Rest, als die wahre inwendige Länge des Fasses, multiplicire durch den n. 2. gefundenen Diameter, so wird das Product den gesuchten Innhalt des Fasses geben.

§. 52. I. **Anmerkung.** Wenn die Böden *a c* und *b d* ungleich wären, müste man zuvor auch zwischen diesen die mittlere Proportional suchen, und sie für den kleineren Diameter *a c* annehmen.

§. 53. II. **Anmerkung.** Man sieht von sich selbst, daß man mit dieser Quadratruthe den Innhalt eines Fasses bestimmen könne, ohne es irgendwo zu öfnen. Ein beträchtlicher Vortheil, den wir von der Cubicruthe nicht zu erwarten haben.

§. 54. III. **Anmerkung.** Da man das Schießpulver insgemein in Fässern zu verwahren, und nach cylindrischen Gefäßen abzumessen pflegt, ja die Patronen selbst cylindrisch sind, kann man sich einen **Pulvermaaßstab** nach der nämlichen Vorschrift verfertigen, wenn man nur ein Geschirr R (XVI. Fig.) zum Grund leget, das eben 1. tt. Pulvers zu fassen fähig ist. Weil aber das Pulver keine flüßige, sondern eine trockene Materie ist, die bald fest, bald locker im Gefässe

lieget, muß man sich nicht verwundern, wenn es ein bißgen unrichtig damit hergehet.

§. 55. IV. Anmerkung. Wer sich in der VI. Abhandlung meines theoretischen Theils wohl geübet, und sich des pytagorischen Lehrsatzes (IV. Abh. §. 34. Theor. Th.) erinneret, wird vermuthlich über die Verfertigung dieser Visirruthe keinen weiteren Beweis fordern, wenn er nur bedenkt, daß sich die Cylinder von gleicher Höhe wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten.

Von der Cubicruthe.

§. 56. Ich habe schon §. 39. erinneret, daß man sich der Cubicruthe nur in jenen Länderen zuverläßig bedienen könne, wo man bey Verfertigung der Fässer eine bestimmte Proportion beobachtet, wie z. B. in Holland, Oesterreich ꝛc. Es werden nämlich alle Fässer so verfertiget, daß die Länge A B eben noch mal so groß, als der äquirte Diameter E F, und folglich $AB = 2\,EF$ sey.

Wenn wir demnach diese Fässer als Cylinder betrachten, sind sie alle einander ähnlich, weil überall $AE = EB = EF$, und hiemit das ganze Faß aus zween Cylindern E c und E d bestehet, derer Höhe A E oder E B dem Durchmesser ihrer Grundfläche gleich

ist,

ist, welche Gattung man gleichseitige Cylinder nennet.

§. 57. Es verhalten sich aber alle ähnliche Körper untereinander wie die Cubi ihrer correspondirenden Seiten (Geom. §. 187.) folglich auch diese Fässer: und wir werden bald sehen, daß aus allen correspondiren Seiten keine für unsre Absicht bequemer als die Diagonal E c = E d sey. Nur müssen wir uns um einen einmäßigen Cylinder umsehen der nach einer solchen Proportion gebauet. P. Pickel lehret ihn uns in folgender Aufgabe finden.

§. 58. **Aufgabe.** Einen einmäßigen Cylinder A F (XXI. Fig.) finden, dessen Höhe A E sich zum Diameter der Grundfläche E F = A B wie 2 : 1 verhalte.

Auflösung. Nehmen wir das §. 40. zubereitete einmäßige Geschirr R (XVI. Fig.) wieder für uns.

Es sey dessen Höhe $m\,n = a$
der Durchmesser der Grundfläche $m\,p = b$
die Grundfläche $= b^2$
der dichte Innhalt des Cylinders $= a\,b^2$ (Geom. §. 159)
Es sey ferner die Höhe A E des Cylinders, den wir suchen — — — — — — $= 2\,x$

der Durchmesser seiner Grundfläche A B = x

die Grundfläche = x^2

So ist der dichte Innhalt = $2x \times x^2 = 2x^3$.

Weil aber dieser Cylinder eben auch nur 1 Maaß halten soll, wie der Cylinder R, so muß nothwendig

$$2x^3 = ab^2 \text{ seyn.}$$

Dahero $x = \sqrt[3]{\frac{ab^2}{2}}$.

Anmerkung. Diese Auflösung der Aufgabe ist kurz und bequem; sie kam aber meinen Schülern verdächtig vor, weil sie nicht einsahen, wie man für die Grundfläche des Cylinders ohne weiters das Quadrat des Durchmessers in der Rechnung annehmen konnte, in dem ja die Zirkelfläche dem Quadrate ihres Diameters nimmer gleich ist. Um also zu erklären, daß in dieser Rechnung eine Proportion vorkomme, und folglich die Quadrate der Durchmesser ihren Zirkelflächen substituirt werden können, indem sie das nämliche Verhältniß untereinander haben, entschloß ich mich den Anfängern zu lieb die ganze Aufgabe zu wiederholen, und die Rechnung ausführlich herzuschreiben.

Aufgabe. Aus dem gegebenen einmäßigen Cylinder N einen andern ebenfalls einmäßigen Cylinder M (Fig. XXI. n. 2.) finden, dessen Höhe A E sich zum Diameter des Bodens A B wie 2 : 1 verhalte.

Auflös. und Beweis.	Es sey (Fig. XXII.) des Cylinders N Höhe $pn = a$

Der

Der Diameter seines Bodens $mp = b$
Die Peripherie seiner Grundfläche $= p$
So ist (Theor. Th. IV. Abh. §. 75.) die Grund-

fläche selber $= \frac{bp}{4}$

Und der dichte Innhalt des Cylinders $= \frac{bp}{4} \times a$.

Es sey II. Des Cylinders M Diameter $AB = x$
So muß, wie die Aufgabe will, seine Höhe seyn $= 2x$
Die Peripherie seiner Grundfläche sey $= P$

So ist seine Grundfläche selber $= \frac{Px}{4}$

Und sein dichter Innhalt $= \frac{2Px^2}{4} = \frac{Px^2}{2}$

Nun soll, den Innhalt betreffend, M = N seyn.

Dahero $\frac{abp}{4} = \frac{Px^2}{2}$

Das ist $abp = 2Px^2$

Und folglich $\sqrt{\frac{abp}{2P}} = x$

Weil aber $\frac{abp}{4} = \frac{Px^2}{2}$

$$\text{So ist } a : \frac{Px}{4} = 2x : \frac{bp}{4} \quad \text{(Allg. §. 102)}$$

$$\text{Es ist aber } \frac{Px}{4} : \frac{bp}{4} = x^2 : b^2. \quad \text{(Theor. Th. (IV. Abh. (§. 79.)}$$

$$\text{Dahero } a : x^2 = 2x : b^2$$

$$\text{Folglich } ab^2 = 2x^3$$

$$\text{Und endlich } \sqrt[3]{\frac{ab^2}{2}} = x \text{ . w. z. e.}$$

Wenn uns dahero vom Cylinder N die Höhe $pn = a$, und der Durchmesser $mp = b$ in Theilen eines Maaßstabes bekannt sind, können wir leicht in eben diesen Theilen den Durchmesser $= x$ und die Höhe $= 2x$ des neuen gesuchten Cylinders M bestimmen.

§. 59. Entzweyen wir nun die gefundene Höhe $2x =$ A E in C und ziehen C D mit der Grundfläche Parallel, wird das ganze Geschirr in zween Gleichseitige Cylinder, wie die (§. 56.) beschriebene Fässer, getheilet, A D aber die Diagonallinie seyn, die wir für die correspondirende Seite angenommen.

§. 60. Da uns aber in dem rechtwinklichten Dreyeck A B D die zwo Seiten A B und B D schon bekannt, können wir diese Diagonal, als die Hypothenuse

thenuse leicht finden, nämlich $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2}$, oder (weil $AB = BD$) $AD = \sqrt{2\,AB^2}$.

§. 61. II. Aufgabe. Eine Cubische Visirruthe verfertigen.

Auflösung. 1. Theile die eben gefundene Diagonallinie A D (wie §. 43. n. 2.) in 1000 oder 100 Theilchen.

2. Weil nun die Innhalte der Fässer sich gegeneinander wie die Cubi dieser Diagonallinien, und folglich die Diagonallinien selbst wie ihre Cubicwurzeln verhalten, wird sich die Diagonallinien A D des einmäßigen Cylinders zu einen anderen zwey- drey- viermäßigen wie $\sqrt[3]{1} : \sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{4}$ rc. verhalten.

3. Es braucht dahero mehr nicht, als aus diesen der natürlichen Ordnung nach aufeinander folgenden Zahlen die Cubicwurzeln, mit beygesetzten zwey oder drey Decimalen, ausziehen, um die Diagonalen für zwey, drey, viermäßige rc. Cylinder zu erhalten.

4. Trägt man nun diese gefundene Diagonalen auf eine 5 bis 6 Schuhe lange Ruthe mit dem nämlichen Maaßstabe auf, so ist die Cubicruthe fertig. Die Eymer können darauf mit grösseren Zahlen ausgedrückt und unterschieden werden.

§. 62. I. Anmerkung. Weil man insgemein Fässer von mehr Eymern zu visiren hat, kann man die Diagonal eines Cylinders nach §. 58. suchen, der einen ganzen Eymer hält, und sie in 1000 Theile theilen. ꝛc.

§. 63. II. Anmerkung. Weil ich schon oben erkläret habe, daß man sich in Baiern beym Visiren der Cubicruthe gar selten, oder etwann nur zufälliger Weise, ohne Schaden des Käufers oder Verkäufers bedienen könne, würde ich folgende cubische Ziffertafel gar weggelassen haben, wenn wir sie nicht zu einen anderen Maaßstab, von dem ich bald handeln werde, nöthig hätten.

1	100	0	36	330	2	71	414	1
2	126	0	37	333	2	72	416	0
3	144	2	38	336	2	73	417	9
4	158	7	39	339	1	74	419	8
5	171	0	40	342	0	75	421	7
6	181	7	41	344	8	76	423	6
7	191	3	42	347	6	77	425	4
8	200	0	43	350	3	78	427	2
9	208	0	44	353	0	79	429	1
10	215	4	45	355	7	80	430	9
11	222	4	46	358	3	81	432	7
12	228	9	47	360	9	82	434	4
13	235	1	48	363	4	83	436	2
14	241	0	49	365	9	84	437	9
15	246	6	50	368	4	85	439	7

16	251	9	51	370	8	86	441	4
17	257	1	52	373	2	87	443	1
18	262	0	53	375	6	88	444	8
19	266	8	54	378	0	89	445	5
20	271	4	55	380	3	90	448	1
21	275	9	56	382	6	91	449	8
22	280	2	57	384	8	92	451	4
23	284	4	58	387	1	93	453	1
24	288	4	59	389	3	94	454	7
25	292	4	60	391	5	95	456	3
26	296	2	61	393	6	96	457	9
27	300	0	62	395	8	97	459	5
28	303	6	63	397	9	98	461	0
29	307	2	64	400	0	99	462	6
30	310	7	65	402	1	100	464	1
31	314	1	66	404	1			
32	317	5	67	406	1			
33	320	7	68	408	1			
34	324	0	69	410	1			
35	327	1	70	412	1			

§. 64. III. Anmerkung. Diese Tafel ist eigentlich zum Caliberstab, die Pfunde der Kugeln auszumessen, verfertiget. Ich habe dabey die leztere Zahl von den 3 erstern getrennet, weil es schon hinlänglich, wenn man den Diameter der einpfündigen Kugel auch nur in 100 Theilchen abtheilet. Doch dienet diese Cubicruthe auch die Fässer zu Visiren, wenn sie nach der oben bestimmten Proportion gebauet sind, wie

ich

ich noch kurz zum Beschluß dieser Abhandlung erklären will.

Vom Gebrauche der Cubischen Visirruthe.

§. 65. Aufgabe. Den Innhalt eines Fasses durch die Cubicruthe bestimmen.

Auflösung. 1. Stoß den Visierstab durch das Spundloch E schief auf beyde Seiten bis in c und d in das Faß.

2. Bemerke bey jeder Operation in Sonderheit die Zahl, die der Wein auf dem Stabe abschneidet.

3. Ist die Zahl beyderseits die nämliche und folglich das Spundloch eben in Mitte des Fasses, wird schon diese den gesuchten Innhalt geben.

4. Ist aber z. B. E c = 60 und E d = 70 und also das Spundloch nicht in der Mitte, so suche zwischen beyden die mittlere Proportionalzahl, deren Hälfte den gesuchten Innhalt geben wird, so: $60 + 70 = 130$, so ist $\frac{130}{2} = 65$ der gesuchte Innhalt.

§. 66

§. 66. Anmerkung. Man kann also auch sogar bey Anwendung der Cubicruthe manchmal der Rechnung nicht entbehren, wenn anderst der Herr Visir genau operiren will.

Von dem Caliber-Maaßstabe.

§. 67. Der Caliber-Maaßstab ist ein Maaßstab womit man die Schwere einer Kugel, sie sey von Bleye, Eisen, oder Steine, aus der Länge ihres Durchmessers bestimmt. Um einen solchen Maaßstab zu verfertigen sieht man von sich selbst, daß wir vor allen den Durchmesser einer bley- einer eisen- und einer steinernen Kugel, derer jede eben ein Pfund wiegt, genau finden, und bestimmen müßen.

§. 68. Und eben dieß ist die Aufgabe, die am 7 Blatte der churbaierischen Büchsenmeisterey vorkömmt, und den Schüler die ersten Pfunde durch eine bloß mechanische Operation finden lehret.

§. 69. Der Gedanke gefiel mir eben nicht gar so übel. Doch weil ichs von der Erfahrung hatte, daß dergleichen pur mechanische Kunstgriffe der wahren geometrischen Auflösung insgemein nur auf die Nähe hinrathen, und keines Beweises fähig seyn, kam mir eben darum auch diese Auflösung verdächtig vor: besonders da ich in eben diesem Werkchen noch andere dergleichen gewis unrichtige mechanische Auflösungen fand.

§. 70.

§. 70. Ich entschloß mich dahero sie gründlich zu untersuchen, und ich fand nach einer langen Rechnung für die gesuchten Durchmesser in der nämlichen Figur ganz andere Linien.

§. 71. Ob ich aber schon aus meiner weitläuftigen Untersuchung ohne weiters schließen konnte, daß die in der Büchsenmeisterey vorkommende Auflösung gewiß unrichtig, und die von dem Herrn Verfasser angegebene Linien die gesuchten Durchmesser ohnmöglich bestimmen können, konnte ich doch darum noch nicht schliessen, daß die meinige richtig sey, weil sich meine Rechnung auf das von Bion angegebene unsichere Verhältniß gründete.

§. 72. Ich lasse dahero dieses wundervolle Dreyeck, welches uns durch drey ohngefähr, und nur etwann zufälliger Weise gefundene Linien die ersten Pfunde bestimmen soll, in seinem Werthe; denn hundert dergleichen geometrische Figuren könnten wir ausdenken, wenn wir nur zuvor die wahre Grösse unserer Durchmesser durch die Rechnung gefunden.

§. 73. Lieber wollte ich die Aufgabe änderen, und meine Schüler lehren, wie sie diese Durchmesser durch die Rechnung genau bestimmen, und erst hernach was immer für einen Maaßstab daraus verfertigen sollen, weil, besonders in der Artillerie, an einem richtigen Calibermaaßstabe sehr viel gelegen.

§. 74. Aufgabe. Den Durchmesser einer bley- eisen- oder steinernen Kugel, derer jede eben ein

Pfund

Pfund wiegt, genau durch die Rechnung bestimmen.

§. 75. Auflösung. 1. Man nehme eine eiserne Kugel von beliebiger Grösse, und messe ihren Durchmesser so genau als es möglich, mit einem guten Tasterzirkel, oder mit zwo senkrechten und parallellaufenden Flächen, die voneinander, und zusammgeruckt werden können. rc: oder, Sicherheit halber, auf mehrerley Arten zugleich.

§. 76. Es sey nun dieser gefundene und bekannte Durchmesser deiner eisernen Kugel = D, so bestimme durch eine genaue Waage das Gewicht deiner Kugel. Dieß sey = G.

§. 77. Weil nun die Schweren zweener Körper, die von der nämlichen Art sind, sich wie ihre Umfänge verhalten, (Balis. §. 11.) die Umfänge aber zweener Kugeln im triplicirten Verhältnisse ihrer Durchmesser stehen (Theor. V. Abh. §. 187.) wenn wir die Schwere der einpfündigen eisernen Kugel g, und ihren Durchmesser x nennen, so haben wir folgende Proportion

$$G : D^3 = g : x^3$$

Dahero $$x^3 = \frac{D^3 g}{G}$$

Folg:

Folglich $x = D \sqrt[3]{\frac{g}{G}}$.

§. 78. Nun haben wir eine allgemeine Formel; denn, wenn wir es eben so mit den zween übrigen Kugeln von Bley und Steine machen, bekommen wir jederzeit für den Durchmesser von 1 tt. das nämliche $x = D \sqrt[3]{\frac{g}{G}}$. Und diese Art die ersten Pfunde zu finden, scheinet mir aus allen die sicherste zu seyn.

§. 79. Wenn man einmal den Durchmesser einer einpfündigen z. B. der eisernen Kugel gefunden, und genau bestimmet hat, kann man die Durchmesser der übrigen Kugeln von Steine, Bleye ꝛc. durch eine noch viel kürzere und leichtere Rechnung bestimmen. Man gehet ohngefähr so zur Sache.

§. 80. Ich setze zum Voraus, man habe sich die eigenen Schweren (gravitates specificas) der Körper aus einem bewährten Physiker zuverläßig bekannt gemacht, und es verhalte sich Eisen, Bley, und Stein wie f, p, l untereinander. Ueberdas sey der Diameter der eisernen Kugel von 1. tt. $= d$, der Diameter der bleyenen von 1 tt. $= y$.

§. 81. Weil nun alle zwo Kugeln das nämliche Gewicht = 1 tt. haben, stehen sie im triplicirten aber verkehrten Verhältnisse ihrer Durchmesser untereinander (in ratione triplicata inversa diametrorum.)

Dahero $f : p = \frac{1}{d^3} : \frac{1}{y^3}$

Das ist $f : p = y^3 : d^3$ (Allg. §. 106.)

Folglich $y^3 = \frac{f\,d^3}{p}$

Und $y = d\,\sqrt[3]{\frac{f}{p}}$.

§. 82. Wenn wir eben so den Durchmesser der einpfündigen steinernen Kugel z nennen, wird $Z = d\,\sqrt[3]{\frac{f}{l}}$ seyn.

§. 83. I. Anmerkung. Um genau in der Auflösung dieser Aufgabe zu verfahren, muß man sorgfältig untersuchen, ob die willkührlich angenommene Kugel (§. 75.) recht sphärisch oder rund sey, welches durch Beyhilfe der am nämlichen Platze beschriebenen parallelflächen leicht zu erforschen ist.

§. 84. II. Anmerkung. Wenn man den Diameter der bley- und steinernen Kugel auf zwey-

erley Art (nach §§. 75.) bestimmet, und man jederzeit die nämliche Größe für den Durchmesser erhält, ist man eben darum schon seiner glücklichen Arbeit zuverläßig versichert. Sollte sich aber eine merkliche Differenz zwischen beyden Operationen äußeren, müßte man gleichwohl den Diameter der anfangs angenommenen Kugel noch einmal und genauer messen. Wäre endlich die Differenz nur gar gering, und von etwelchen Scrupeln, könnte man sicher die mittlere Proportionalgröße für den wahren Durchmesser ohne weiters gelten lassen.

§. 85. III. Anmerkung. Weil es sowohl Eisen als Steine von verschiednen Arten giebt, sieht man von sich selbst, daß man bey jeder Gattung eine andere Grösse für den Durchmesser erhält. Und wird z. B. der Diameter einer geschmiedeten Kugel immer um etwas kleiner, als einer gegossenen vom nämlichen Gewichte seyn.

§. 86. Aufgabe. Einen Calibermaaßstab nach der cubischen Ziffertafel (§. 63.) verfertigen.

Auflösung. Weil wir die Durchmesser der einpfündigen Kugeln von Bleye, Eisen, und Steine nunmehr durch die Rechnung gefunden, dörfen wir nur 1. Den Durchmesser einer jeden besonders in 100 oder 1000 Theile abtheilen (wie oben den Durchmesser BD (§. 43.).

2. Die Theile für alle folgende Pfunde aus der cubischen Tabelle auf den Maaßstab auftragen, so ist er fertig; denn, wenn der Durchmesser einer einpfündigen Kugel 1000 Theile hält, so wird die zweypfündige 1260, die dreypfündige 1442, die vierpfündige 1587 ꝛc. solche Theile für ihren Durchmesser haben, sie sey hernach von Bleye, Eisen, oder Steine.

§. 87. Anmerkung. Man kann sich eben so leicht eine Ziffertafel für die halben Pfunde, und Lothe verfertigen, wie §. 45. für die halben Maaße bey der Quadratruthe geschehen.

II. Abschnitt.

Von dem Feldmessen.

Vorläufige Erinnerung.

§. 88. Die practische Geometrie sah man zu allen Zeiten für eine der wichtigsten, und dem gemeinen Wesen unentbehrliche Wissenschaft an. Sie kömmt in dem militär- und bürgerlichen Leben täglich in tausend Fällen vor, und es würde mein Werkgen für seine Absicht gar zu mangelhaft aussehen, wenn ich nichts davon sagen sollte. Penther und Zollmann haben beynahe alles in ihren Werken angebracht, was man bis auf ihre Zeiten von dieser Wissenschaft zu sagen wußte. Sie haben aber beyde die Theorie völlig weggelassen, und vermuthlich war ihre Absicht nur empirische Feldmesser zu gestalten. Wer weiß es aber aus der täglichen Erfahrung nicht, wie unglücklich manchmal die geometrischen Operationen solcher Practikanten aussehen? So oft sich ein unerwarteter Fall ereignet, den ihr Penther und Zollmann eben nicht

vor-

vorsehen konnte, wissen sie sich schon nimmer zu helfen, und begehen darum, ohne es wahrzunehmen, in ihren Arbeiten die beträchlichsten Fehler, besonders wenn sie dazu noch mit unrichtigen Instrumenten versehen sind, von derer Richtigkeit sie ohne Theorie nicht so leicht zuverläßig urtheilen, oder den Mangel des Instruments auf eine andere Weise werden ersetzen können.

Nein; eine hinlängliche Erkänntniß der theorischen Geometrie, der Trigonometrie, der gemeinen Arithmetick, der Decimalbrüchen und Logarithmusrechnung: genau und bequemliche Instrumente, ein unermüdeter Fleiß und immerwährende Uebung sind die unentbehrlichen Erfordernisse, um einen Feldmesser abzugeben, auf den sich das Publikum verlassen könne.

§. 89. Die Theorie habe ich in meinem ersten Theile, so viel es nöthig war, weitläuftig abgehandelt. Ich habe also hier nur von der Anwendung unsrer Theorie auf das Feldmessen zu reden.

I. Abhandlung.

Von den zur practischen Geometrie nöthigsten Instrumenten überhaupt.

§. 90. Die Meßfahnen, die Absteckstäbe, die Meßkette, die Kettenstäbe, verschiedne Maaßstäbe, das Astrolabium oder sogenannte Scheibeninstrument, und endlich der prätorianische Meßtisch sind eigentlich der nöthigste Vorrath, den sich ein jeder anzuschaffen hat, der ein Feldmesser zu werden denket. Ich will die Verfertigung und den Gebrauch eines jeden dieser Werkzeuge der Ordnung nach erklären.

§. 91. **Die Meßfahnen** sind Stäbe vom gemeinen Holze wenigst einen Zoll dick, und sechs Schuhe lang unten mit einer eisernen Spitze zu oberst mit einer Fahne von Leinwat versehen. (XXIV. Fig.) Sechs bis Acht dergleichen theils rothe, theils weiße, theils schwarze Fahnen werden erfordert, um die Gränzen einer Fläche zu bestimmen, die man abmessen will. Mißt man auf einem freyen Felde, wo eben alles weiß hersieht, pflegt man sich der rothen oder schwarzen Meß-

fahnen

fahnen zu bedienen. Soll man aber z. B. gegen einer finsteren Waldung, gegen einem Gebäude, oder anderen gefärbten Gegenstand hinmessen, werden die weissen Meßfahnen dem Auge des Feldmessers bequemer seyn.

§. 92. **Die Absteckstäbe** sind kleinere ohngefähr zween Schuhe lange zugespitzte Stäbe. Man trägt derer zehen bis zwölf an einer Schnur mit sich zum Gebrauche, den wir bald erklären werden. (XXV. Fig.)

§. 93. **Die Meßkette** (XXVI. Fig.) wird so verfertiget: Man nimmt die übliche Landruthe vor sich, und theilet sie genau in 10 gleiche Theile, oder Decimalschuhe ab. Alsdenn wird aus etwas dickeren Drat von Eisen (oder um dem Roste, den die Feuchtigkeit verursachet, auszuweichen, auch von Meßing) die Kette von Schuhe zu Schuh so aneinander hingefesselt, daß jede Verbindung von der anderen eben einen ganzen, oder halben Landschuh weit abstehe. Nach jeden fünften Schuhe wird ein kleiners, nach jedem Zehenden aber ein etwas größeres Stück von Meßing angebracht, worauf die Zahlen 5. 10. 15. 20. 25. 30 ꝛc. deutlich gestochen sind.

Wo sich die Kette anfängt und endet, müßen stärkere ohngefähr 2'' Zoll weite Ringe seyn; und man kann bey ihrer Verfertigung den äußersten Rand dieses Ringes, oder seinen Mittelpunct für den Anfang der Kette annehmen.

Die Länge der ganzen Kette soll nicht über 10°, aber auch nicht weniger, als 5° Ruthen betragen.

§. 94. Kettenstäbe, oder Kettenträger nenne ich die zween unten mit eiseren Spitzen und einem Hacken versehene Stäbe, worinn die äußersten Ringe der Kette hangen, das sie ihrer ganzen Länge nach darinn ausgespannt könne immer fortgetragen werden.

Die unterste Spitze, und der Ketten Anfang müssen genau in der nämlichen Perpendicularlinie untereinander stehen; dahero man den Hacken und die Spitze (wenn man den Rand des Ringes für den Anfang angenommen) so anbringen kann, wie es die 27te Figur zeiget. Der Hacken muß an einem besondern Ringe auf und ab bewegt, und überall durch eine Stellschraube fest gemacht werden können. Die Ursache davon werden wir in der IV. Abhandlung einsehen.

§. 95. Von verschiedenen Maaßstäben habe ich schon im ersten Abschnitte weitläufig gehandelt, und es ist schon hinlänglich, wenn sich ein Geometer nur etwann den (§. 31.) erklärten Universalmaaßstab, oder einen tausendtheiligen (§. 6. 7. 8. ꝛc.) anschaffet. Doch wird ihm der Sennenmaaßstab, wovon ich §. 16. geredet, besonders zum Winkelmessen, und auftragen gute Dienste thun.

Er soll aber noch überdas mit einem anderen von starken und gutem Holze verfertigten 5 bis 6 Schuhe langen Maaßstab versehen seyn, der auf einer Seite (wie die Meßkette) in Decimalschuhe und Zoll, auf der anderen nach den üblichen Landschuh, wovon jeder 12'' hält, getheilet ist.

§. 96. Das Astrolabium oder Scheibeninstrument ist ein genau in seine Grade getheilter Quadrant, halber, oder auch ganzer Zirkel von Meßinge, oder Steine.

Dieß Instrument dienet eigentlich nur zum Winkelmessen. Es ist darum mit einer um den Mittelpunct des Instruments beweglichen Regel, diese aber mit Diopteren, oder besser mit einem Perspectiv, versehen.

§. 97. Weil insgemein bey dem Feldmessen alles darauf ankömmt, daß man Figuren auf dem Papier erhalte, die dem abgemessenen Felde ähnlich sind, hat Johann Prätorius den geometrischen Meßtisch erfunden, der bis auf unsere Zeiten her immer durch den glücklichen Fleiß so mancher geschickter Köpfe verbessert worden. Der unvergleichliche Mechanicker von Augspurg, Herr Georg Friederich Brander hat uns erst vor fünf Jahren die deutliche Beschreibung seines neuen geometrischen Universalmeßtisches geliefert, und die ausnehmende Verdienste dieses Mannes sind der heutigen mathematischen Welt viel zu bekannt, als daß ich meinen Lesern erst erzehlen sollte, daß dieser Universalmeßtisch eben so, wie alle seine Arbeiten und nützlichste Erfindungen, den allgemeinsten Beyfall gefunden.

Da aber ein so kostbarer Vorrath von branderischen Instrumenten nicht jedermanns Kauf ist, kann sich ein gemeiner Feldmesser schon mit dem gewöhnlichen prätorianischen Meßtische befriedigen lassen. Er bestehet aus einer ebenen Fläche, die feste auf einem Dreyfuß ruhet, aber doch, wenn es nöthig, in einer geometrischen Nuße auf alle Seiten beweget, und überall durch eine Stellschraube befestiget werden kann. Sie soll wenigstens einen Regalbogen in ihrem Quadrat-

Inn-

Innhalte fassen. Sie kann vom guten Holze, oder auch von einem dünne zugehauenen Steine verfertiget werden, um das mühsame Aufspannen des Pappiers zu ersparen.

Eine mit Dioptren, oder mit einem astronomischen Perspectiv von ohngefähr 1 Schuhe versehene Regel ist alles, was man zu den Operationen, die mit dem Meßtische vorgenommen werden, noch vonnöthen hat. Nur pflegt man noch an diesen Meßtisch insgemein eine Magnetnadel anzubringen, die auf einer kleinen getheilten Scheibe sich frey um ihren Mittelpunct beweget, um damit sowohl die Parallellage des Instruments in allen Stationen leichter beyzubehalten, als die Weltgegend des abgemessenen Feldes auf dem Plane zu bestimmen.

§. 98. **Anmerkung.** *Weil ich meinen Schülern diese und dergleichen geometrische Instrumente in meinen Vorlesungen selber vorzuweisen, und ihren Gebrauch alle Jahre auf dem Felde practisch zu erklären pflege, wollte ich sie hier nur kurz, und ohne Kupfertafel beschreiben, welche ohnehin für Leute, die ein solches Instrument zuvor nie gesehen, niemal deutlich genug aussehen können. Nur habe ich von der Austheilung des Astrolabiums noch ein paar Worte zu sprechen.*

II. Ab-

II. Abhandlung.

Von Austheilung des Scheibeninstruments, oder eines Quadranten insonderheit.

§. 99. In den geometrischen Quadranten oder Astrolabien ist der Radius gemeiniglich so kurz, daß sich in der Theilung am äußeren Rande der Zirkelbögen kaum mehr, als aufs höchste die halben Grade noch deutlich anbringen lassen. Und man kann ihn auch, ohne das Instrument zum Gebrauch unbequem zu machen, nicht wohl merklich verlängeren.

Die gewissenhafteren und geschickteren Feldmesser aber wollten sich mit dieser Theilung nicht begnügen lassen: sie wollten noch weit kleinere Theile eines Grades, sie wollten sogar die Minuten auf ihren Instrumenten bestimmet wissen, und hielten es jederzeit für einen der wichtigsten Gegenstände ihres Nachsinnens ein Mittel zu finden, sie zu bestimmen.

§. 100. Ein gutes Augenmaaß kann auf einem in ganze Grade getheilten Quadranten schon seine

Dien=

Dienste thun, und ein in dieser Arbeit geübtes Aug bestimmet den vierten Theil eines Grades noch ziemlich genau.

§. 101. Die Art dieser Theilung durch Querlinien, wie wir sie noch auf älteren Instrumenten antreffen, hat wenig Beyfall gefunden, besonders wenn sie gerade Linien sind. (Siehe Bions Werkschule IV. B. V. Cap.)

§. 102. Aufs allergenaueste wird diese Theilung durch einen beweglichen Maaßstab, den wir Nonium nennen, vorgenommen. Peter Nonius ein Portugies war der erste, der auf diesen Gedanken gerathen; Guidus Ubaldus aber ein Italiäner hat ihn in seinen astronomischen Aufgaben, die sein Sohn Horaz nach des Vaters Tode im Jahre 1619. zu Venedig herausgegeben, weitläufig und deutlicher ausgeführt; es ist aber seine Erklärung nach der alten Lehrart verfasset, und für einen Anfänger noch ziemlich dunkel. Ich will sie ein Bischen ins klare setzen.

III. Abhandlung.

Von dem Nonius.

Von der Theorie und Verfertigung dieses Instruments.

§. 103. Die Theorie und zugleich die mechanische Verfertigung des Nonius begreiflich zu machen ziehe man zwo parallaufende Linien A E, und CD. (XXVIII. Fig.) alsdann mache man AB = CD.

Die erstere AB theile man in 5, die zweyte CD in 4 gleiche Theile: so hält jede aus beyden 20 kleinere Theile in sich, die alle einander gleich sind; und in der Linie AB enthält $\frac{1}{5}$ oder der fünfte Theil, wie A 1, 4 solche kleinere; denn es ist 4 × 5 = 20. in der Linie CD aber enthält $\frac{1}{4}$ oder der vierte Theil, wie C 1, 5 solche kleine Theile; denn es ist 5 × 4 = 20.

§. 104. Wenn nun die zwo Linien so untereinander stehen, daß der Punct C gerade unter den Punct A zu stehen kömmt (wie in Fig. XXVIII.) so wird

die

die Zahl 1 in der untern Linie CD um $\frac{1}{20}$ weiter gegen D, als die Zahl 1 in der obern Linie A B hervorstehen; denn C 1 ist = 5, und A 1 nur = 4.

C 2 wird über A 2 um zween solche Theile $\frac{2}{20}$ näher gegen D stehen; denn es ist C 2 = 10, A 2 aber nur = 8.

C 3 wird um 3 solche Theile näher gegen D als A 3 stehen; weil C 3 = 15, A 3 aber nur = 12 ist.

C 4 endlich wird um 4 solche Theile weiter gegen D, als A 4 hinausreichen, weil C 4 = 20, und A 4 nur = 16 ist.

§. 105. Bilden wir uns jetzt ein, es sey die Linie CD (XXIX. Fig.) woran die Regel mit ihren Dioptren fest gemacht ist, beweglich, die zwo Linien aber A B und C D seyn concentrische Zirkelbögen, und die Collimationslinie gehe eben durch den Punct D des Nonius durch.

Dieser sey nun so weit fortgerückt worden, daß sein Punct 1 gerade unter dem Punct 2 der oberen Linie A B stehe; so muß nothwendig der Punct D, oder 4 über dem Punct B, oder 5, gegen E und zwar um $\frac{3}{20}$ hinaus stehen; denn in der Linie A B sind von

2 bis

2 bis 5 drey Theile, derer jeder vier kleinere enthält, das ist 3 × 4 = 12. Entgegen in der Linie C D sind von 1 bis 4 drey Theile, derer jeder fünf kleinere enthält, und folglich fünfzehen dergleichen Theile, weil 3 × 5 = 15 ist.

§. 106. Weil hier der Nonius C D nur in 4 gleiche Theile abgetheilet ist, wird dadurch ein jeder Theil der Linie A B nur in 4 kleinere Theile getheilet. Wenn es nun Zirkelbögen sind, und A B ein Bogen von 5° ist, so ist jeder Grad durch diesen Nonius in 4 gleiche Theile getheilet, und folglich von 15′ zu 15′ Minuten, welches für die Geometrie schon erklecklich seyn kann.

§. 107. Würden wir zu einen Zirkelbogen von 61° einen in 60 gleiche Theile getheilten Nonius setzen, wäre eben darum schon ein jeder Grad in 60′ Minuten getheilet, und könnten wir in unseren Operationen ohne weiters die Winkel bis auf die Sexagesimalen bestimmen.

§. 108. Anmerkung. Man siehet aus dieser Theorie von sich selbst, daß bey Verfertigung dieses Instruments ungemeine Sorge, Fleiß, genau- und Richtigkeit vonnöthen sey, sonst dörften vielleicht die Observationen nur um so mehr Fehlern unterworfen seyn.

Von

Von dem Gebrauche des Nonius.

§. 109. Es sey (XXX. Fig.) AB der Nonius, der an der Collimationsregel, worauf der Tubus, oder die Dioptren stehen, befestiget worden, und sich mit dieser um den Mittelpunct eines Quadratens bewegen läßt, in einer geraden Linie vorgestellt.

§. 110. Es sey ferner (XXXIV. Fig.) C der Mittelpunct des Quadrantens; MN sey die mit AC parallellaufende Regel, so wird *a* der Anfang, oder erste Punct des Nonius seyn, dessen 4 gleiche Theile mit einem Zirkelbogen von 5° Graden correspondiren.

§. 111. Jetzt, um den Gebrauch oder die Anwendung dieses Instruments zu begreifen, nehmen wir von der 30ten Figur bis auf die 32te eine nach der andern vor uns, und setzen

I. Es stehe bey Abmessung eines Winkels unser Nonius AB so, daß (XXX. Fig.) der erste Punct A genau und Vollkommen mit dem 19° Grade des Quadrantens correspondire: so wird das Maaß des Winkels eben 19°, und gar nichts darüber seyn.

II. Setzen wir, es falle der Punct A des Nonius (XXXI. Fig.) zwischen 19 und 20 doch so, daß der Punct 1 mit dem 18ten Grade correspondire,

so wird unser Winkel = 19° + $\frac{1}{4}$, daß ist, 19° + 15′ seyn.

III. Setzen wir wiederum (Fig. XXXII.) es falle der Punct A des Nonius zwischen 19 und 20, aber so, daß der zweyte Punct des Nonius 2 genau mit einem Grade, z. B. mit 17° correspondire, oder über ihn herstehe, so hält unser Winkel 19° + $\frac{2}{4}$ = 19°. 30′.

IV. Setzen wir nochmal, (Fig. XXXIII.) es falle der Punct A des Nonius so zwischen 19 und 20 irgendwohin, daß sein dritter Punct 3 genau über einen Grad des Quadrantens, z. B. über den 16°ten zu stehen komme, so hält der gemessene Winkel genau 19° + $\frac{3}{4}$ = 19° + 45′.

§. 112. Anmerkung. Ich habe schon zuvor erinnert, (§. 107.) daß, wenn wir zu einen Zirkelbogen von 61° einen in 60 gleiche Theile getheilten Novius setzen, wir die Grösse eines Winkels bis auf eine Minute damit bestimmen können. Die Theorie, und die Anwendung ist die nämliche, ausser daß man für den Nenner der Fraction anstatt 4 jederzeit 60 bekömmt; es ist aber $\frac{1}{60}$ eines Grades eben soviel, als eine Minute; dahero man, wie bey den Decimalen, den Nenner jederzeit weglassen kann, indem uns der Zähler selbst schon die Zahl der Minuten bestimmt.

§. 122.

§. 113. Zum Ueberfluß will ich noch ein Beyspiel über die Verfertigung des Nonius hersetzen, so, wie ihn Herr Brander an seinen geometrischen Quadranten angebracht, und P. Ignaz Pickel in seiner Abhandlung vom Feldmessen beschreibt. Er theilet damit den Quadranten von 3 zu 3 Minuten.

Die äusserste Peripherie ist in die halben Grade getheilet. Zu unterst an der schief zugeschlichteten Regel befindet sich der Nonius, dessen 10 gleiche Theile mit 11 halben Graden des Quadrantens correspondiren. Seine Theilungsart mag ohngefähr folgende seyn.

Es sey der Bogen A B des Quadrantens (Fig. XXXV.) in halbe Grade getheilet. Beschreib nun 1. aus dem nämlichen Mittelpuncte den concentrischen Bogen M N.

2. Nimm auf dem Quadranten A B genau mit dem Zirkel 11 halbe Grade, oder den Bogen C D und verlängere die Theilungslinien aus C in M und aus D in N durch den Mittelpunct des Zirkels.

3. Theile den Bogen M N des concentrischen Zirkels in 10 gleiche Theile, so ist der Nonius fertig, und der Bogen C D von 3 zu 3 Minuten getheilet.

Beweiß. Weil 10 Theile des Bogens M N 11 Theile des Bogens C D enthalten, muß nothwendig ein Theil des Nonius M N den zehenden Theil des Bogens C D eilf mal, oder $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$ enthalten.

Nun ist der halbe Grad $= 30'$, davon der zehende Theil $= 3'$ ist. Es ist dahero $1 + \frac{1}{10} = 30' + 3$. Das ist $33'$, und folglich der Bogen C D von 3 zu 3 Minuten getheilet; denn ein Theil des Bogens M N ist grösser, als ein Theil des Bogens C D um $3'$, zween sind um $6'$, drey um $9'$ Minuten grösser, u. s. f. w. z. E.

Weil nun der Nonius beweglich ist, darf man nur acht geben, was für eine Theilungslinie des Nonius eben mit einer anderen auf dem Quadranten correspondire, und nach §. 111, die Grösse des Winkels bestimmen.

Sollte ohngefähr gar keine Theilungslinie des Nonius mit einer anderen auf dem Quadranten genau zutreffen, läßt man diejenige gelten, die der Cojunction am nächsten kömmt, und nimmt für den Ueberrest gleichwohl das Augenmaaß zu Hilfe.

§. 114. Anmerkung. Es giebt noch eine andere Art zu theilen durch einen kleinen auf Glas verzeichneten Maaßstabe oder sogenanntes Mikrometer, welches man in den Brennpunct des Ocularglases eines Tubi setzet. Es würde aber die Erklärung darüber für meine Absicht zu weitläuftig, und für einen Anfänger, besonders wenn er von der Dioptrik noch keine Erkänntniß hat, viel zu dunkel werden. Wer Lust und Geschicklichkeit besitzet, kann die hierüber in Augsburg im Jahre 1769. gedruckte Anmerkungen des Herrn Professors Lambert nachlesen.

Nur dieß habe ich meine Leser zu erinneren, daß wir, wo nicht die erste Erfindung selbst, wenigst die glückliche Ausübung, und die unverbesserliche Vollkommenheit dieser Glasmikrometer schon wieder dem unermüdeten Fleiß unsers Augspurgischen Mechanikers des Herrn G. F. Branders zu verdanken haben.

IV. Abhandlung.

Practische Aufgaben über das Feldmessen.

Von den geraden Linien.

§. 115. I. Aufgabe. Eine gerade Linie auf dem Felde auszeichnen.

Auflösung. Wenn die Linie nicht über 500° Schuhe lang ist, können zwo Meßfahnen, derer die eine zu Anfang, die andere am Ende der Linie ausgestecket wird, sie zu bestimmen schon hinlänglich seyn. Ist sie aber länger, und man soll sie etwann noch dazu durch Gesträusse, oder über kleine Hügel rc. hinziehen, werden schon mehr Zwischenfahnen oder Zeichen erfordert, die so gesetzt werden, daß, wenn der Feldmesser etwelche Schritte hinter dem ersten stehet, dieser sowohl die Zwischenzeichen, als die letzte Meßfahne seinem Auge verdecke.

Wenn die Zahl der Zeichenstäbe nicht hinreichend ist, die ganze Linie auszustecken, kann man sie, vom zwey=

zweyten angefangen, immerzu wird herausnehmen, und an ihrem Platze kleine Absteckstäbe fest einstecken.

§. 116. Hat man die Operation über Berge und Thäler vorzunehmen, müssen die Zeichenstäbe schon etwas näher aneinander gesteckt werden.

Wenn Gesträusse im Wege stehn, die man eben nicht auf die Seite biegen, oder gar abhauen kann, muß man eine höhere Meßfahne dazu hinstecken, und, wie oben gemeldet worden, fortfahren.

Ist endlich eine Anhöhe entzwischen, über die man zwar gehen, aber nicht sehen kann, soll der Feldmesser mit seinem Gespan, und zwoen Meßfahnen die Anhöhe besteigen, und auf die an beyden Enden seiner Linie ausgesteckten Meßfahnen scharf mit dem Auge abzielen, so erhält er zween neue Zwischenpuncten seiner Linie um sie auf beyden Seiten vollkommen damit auszustecken.

§. 117. **Anmerkung.** Hier habe ich den jungen und noch nicht geübten Feldmesser zu erinneren, daß er die Meßfahnen, die Zeichen- und Absteckstäbe, soviel es möglich, jederzeit **senkrecht** in die Erde stecke, und im wirklichen Abzielen nicht **nur über die Köpfe** dieser Stäbe hinaus sehe, sondern acht gebe, ob sie sich **ihrer ganzen Länge nach** einander decken.

§. 118. II. Aufgabe. Eine gerade Linie auf dem Felde messen.

Auflösung. 1. Der Feldmesser muß zu dieser Arbeit wenigst drey Mithelfer an der Seite haben, derer zween die ausgespannte Kette an ihren Kettenstäben (§. 94.) immer in der geraden ausgezeichneten Linie forttragen. Der dritte, der mit dem erstern fortgehet, oder der erstere selbst trägt die 10 oder 12 Absteckstäbe (§. 92.) an einer Schnur mit sich.

2. Wo die erste Meßfahne gestanden, bleibt der letztere stehen, zieht die Fahne heraus, und steckt an ihrem Platze den Kettenstab ein. Der erstere aber geht mit seinem Kettenstabe fort, bis die Kette vollkommen gespannet ist, und läßt sich von dem, der stehen geblieben, leiten, daß er auch seinen Kettenstab in der zuvor ausgezeichneten geraden Linie einstecke, den er aber gleich wieder herausnimmt, und statt dessen einen seiner Absteckstäbe hineinstecket.

3. Nun rucken beyde mit der ausgespannten Kette so lang fort, bis der zweyte zum eben eingesteckten Absteckstab kömmt, an dessen Platz er, wie zuvor, seinen Kettenträger setzt. Der erstere hat keiner fremden Leitung mehr vonnöthen, weil der zweyte, ehe er

seine

seine erste Station verlässet, die herausgezogene Fahne wieder hinstecket.

So fahren sie mit ihrer Operation, bis auf die letzte Meßfahne hin, fort. Der zweyte aber muß immer die ausgezogenen Absteckstäbe fleißig bey sich behalten, oder auch einem an der Seite gehenden Gehülfen einhändigen. Denn so viel dieser dergleichen Stäbe nach vollendeter Operation bey sich haben wird, so viel ganze Meßketten enthält die abgemessene Linie, sammt etwann einem Reste, der keine ganze Kette mehr beträgt, und addirt werden muß.

So oft der erstere seine Absteckstecken alle 10 verbraucht, nimmt er sie von dem letzteren alle wieder zu sich: der Feldmesser aber schreibet jederzeit zehen ganze Meßketten für die Länge seiner geraden Linie auf, und läßt seine Gesellen wieder fortarbeiten.

§. 119. 1. **Anmerkung.** 1stens soll die Kette beym wirklichen Abmessen nicht locker gelassen, aber auch nicht gar zu sehr angespannt werden mit Gefahr selbe zu verlängern. 2tens. Muß man öfter nachsehen, ob sich nicht etwann die Ringe verwickelt, und sie alsobald in die vorige Lage bringen. 3. Soll der Feldmesser, ehe er seine Arbeit vornimmt, seine Instrumenten, und besonders die Kette nach einen genauen Maaßstab zu Hause wohl untersuchen.

§. 120. II. **Anmerkung.** Weil wir in der practischen Geometrie den Innhalt der Erdflächen hauptsächlich nur darum untersuchen, um zu bestimmen, wieviel Wein, Gras, Holz, Getreid 2c. darauf wächst, müssen auch die Bergichten Aecker, Felder, Wiesen 2c. nur nach ihrer Horizontalfläche abgemessen werden; denn es ist festgesetzt, daß, wenn alle andere Umstände die nämlichen sind, auf der schiefliegenden Oberfläche des Berges nicht mehr, als auf dem Raume seiner Grundfläche wachsen könne.

§. 121. III. Anmerk. Ich sagte eben: **wenn die anderen Umstände alle einerley sind**; denn wenn die Erde auf der schiefen Oberfläche des Berges besser; wenn sie gegen Mittag lieget u. s. f. kann sichs wohl fügen, daß die Erndte glücklicher und reicher sey.

Ich habe diese Anmerkung nur darum angebracht, damit diejenigen, welche Steuern und Anlagen nach Proportion der Güter auszuschreiben haben, manchem Landmann nicht zu wehe thun, und vielmehr auf die Güte und Fruchtbarkeit, als auf den Quadrat Innhalt und Weitschichtigkeit seiner Wiesen, und Felder sehen. Die Weise über Berge zu messen werden wir gleich in der V. Aufgabe erklären.

§. 122. III. **Aufgabe.** Auf dem Felde eine Perpendicularlinie auf eine andere gegebene Linie ziehen.

Auf-

Auflösung. Wenn die Linie nicht gar zu lang werden soll, läßt sich die Aufgabe schon mit der Meßkette auflösen.

1. Man stecke die zween Kettenstäbe auf die gegebene Linie ein paar Ruthen weit von einander hin.

2. Ergreife man genau das Mittel der Kette, und spanne sie aus, so bekömmt man ein gleichschenklichtes Dreyeck, dessen Grundlinie die Distanz der Kettenstäbe ist. Theilet man nun diese entzwey, und zieht aus diesem Theilungspuncte durch den entgegenstehenden Winkel des Dreyeckes eine gerade Linie, so wird diese die begehrte Perpendicularlinie seyn. Soll aber die Linie sehr lang werden, muß der rechte Winkel durch das Astrolabium bestimmet, und nach der Direction des Tubi in gehöriger Entfernung eine Meßfahne ausgesteckt werden. (Sieh. weiter unten §. 127.)

§. 123. IV. Aufgabe. **Eine mit einer gegebenen parallellaufende Linie auf dem Felde ziehen.**

Auflösung. Man richte auf die gegebene Linie zwo Perpendicularlinien (§. 122.) von bestimmter und gleicher Länge auf.

2. An derer Ende stecke man Meßfahnen, so werden diese die Lage der gesuchten Parallellinie bestimmen.

§. 124. Anmerkung. Dieser Aufgabe bedienet man sich, wenn man z. B. die gerade Linie durch eine entzwischen liegende kleine Waldung oder andere unbewegliche Gegenstände, die das Aussehen verhinderen, zu ziehen hat.

§. 125. V. Aufgabe. Ueber einen Berg *M* den man besteigen kann, (Fig. XXXVI.) eine gerade Horinzontallinie *O h* fortziehen.

Auflösung. 1. Der Feldmesser stecke am Fusse des Berges *h* auf die bis dorthin schon gemessene und bestimmte Linie A *h* seinen Kettenstab ein, und erhöhe den beweglichen Ring sammt der Meßkette bis in *a*.

2. Sein Gefährt besteiget indessen mit der Kette den Berg so weit hinauf, bis die gespannte Kette bey *a* mit dem Staabe einen rechten Winkel machet: alsdann zieht er sie in ihrer Horizontallage bis in *m*.

3. Nun sey $a\ m = 35'$. Diese zeichnet der Feldmesser alsobald auf sein Papier, so: — — — $a\ m = 35'$. Er verläßt seinen Platz *h*, stecket eine

ne Meßfahne hin, und steiget bis in *m* sammt seinem Kettenstab, den er in *m* wieder wie zuvor einstecket. Indessen steiget sein Gesell, der wieder eine Meßfahne in *m* gesteckt, bis in *p*, und weil er über beyde Meßfahnen herabsehen kann, spannet er wie vorhin seine Kette wieder in der nämlichen graden Linie bis an den Punct *p*.

4. Der in *m* stehende Feldmesser aber erhöhet, oder erniedert an dem Kettenstabe seinen Ring so lang, bis die Kette damit wieder einen rechten Winkel in *b* mache, den er dem Augenmaasse nach, oder auch durch ein an den Stab angebrachtes zimlich grosses Winkelmaß leicht bestimmen kann. Er schreibet die gefundene Länge *b p* wieder auf sein Papier unter *a m* hin.

Z. B. $a\,m = 35'$
$b\,p = 30$

Eben so macht er es fort bis auf den Gipfel des Berges *x* und bekömmt die Länge *c x*, die er aufzeichnet. Im Herabsteigen ist die Ordnung verkehrt, und der Feldmesser geht itzt mit seinem Kettenstabe voraus: im übrigen bleibt es beym alten Unterricht.

5. Am Ende der Operation wird die aufgezeichnete Tabelle des Feldmessers ohngefähr so aussehen:

a m

$$
\begin{aligned}
a\,m &= 35' = h\,n \\
b\,p &= 30 = n\,q \\
c\,x &= 36 = q\,z \\
x\,d &= 36 = z\,s \\
r\,e &= 19 = s\,t \\
u\,f &= 15 = t\,w \\
k\,g &= 16+\tfrac{1}{2} = w\,o \\
\hline
\text{Summe} &= 187' + \tfrac{1}{2} = h\,o
\end{aligned}
$$

Nun haben wir die begehrte Linie *h o* gefunden, die man nach §. 118. leicht, so weit man will, hinter den Berg hinaus verlängeren kann.

§. 126. **Anmerkung.** *Wenn man in dieser Operation genau verfahren will, soll die Entfernung der Stationen voneinander nie viel über 2° Ruthen betragen.*

Vom Gebrauche des Astrolabiums.

§. 127. VI. **Aufgabe.** *Einen Winkel B (XXXVII. Fig.) auf dem Felde messen, den zwo bestimmte Linien A B und C B miteinander machen.*

Auflösung. 1. Setze dein Astrolabium, oder den Quadranten so auf dem Felde hin, daß seine Ober-

fläche

fläche mit dem Horizont genau parallel laufe, sein Centrum aber mit der Spitze des Winkels B correspondire. Beydes läßt sich durch einen geschickt angebrachten Bleysenkel bewerkstelligen.

2. Richte deine Regel gerade auf A zu, und bemerke den Grad, den sie auf deinem Instrument abschneidet, samt den Minuten, wenn die Regel mit einem Nonius versehen ist.

3. Wende sie gegen C, so wird der zwischen A und C liegende Bogen das gesuchte Maaß deines Winkels bestimmen.

§. 128. I. Anmerkuug. Hier hat sich ein noch nicht geübter Geometer wohl zu hüten, daß er bey der zweyten Bewegung der Regel nicht etwann das Instrument selbst ein bischen mitnehme, woraus manchmal die beträchtlichsten Fehler entstehen.

§. 129. II. Anmerkung. Um dießfalls einen Feldmesser seiner Richtigkeit zu versicheren, bringet Herr Brander immer zween Tubos, einen beweglichen und einen unbeweglichen an seinen geometrischen Instrumenten an. Der unbewegliche bleibet immerzu in der nämlichen Directionslinie B A, und so oft die Regel mit dem ersteren gerücket wird, sieht der Feldmesser durch den

unbe-

unbeweglichen, ob sich die Lage seines Instruments nicht geändert.

§. 130. III. Anmerkung. Weil das sogenannte Feld eines jeden Tubus um viel grösser, als z. B. die Stange einer ausgesteckten Meßfahne, worauf man abzielet, ist, muß der Tubus mit einer Gattung eines Mikrometers versehen seyn. Ein flach geschliffenes Glas, worauf zwo zarte Linien mit einem Carniol gezeichnet, die sich im Mittelpuncte des Glases senkrecht schneiden, thut hier schon seine Dienste.

§. 131. VII. Aufgabe. Einen mit dem Astrolabio gefundenen Winkel so genau, als es möglich, zu Papier bringen.

Auflösung. Man bediene sich hierzu des im ersten Abschnitte §. 16. beschriebenen Chordenmaaßstabes, und löse die Aufgabe nach §. 19. auf.

§. 132. Anmerkung. Wenn die Winkel gar zu scharf, oder zu stumpf wären, die man zu Pappier bringen sollte, wird sich ein geschickter Kopf schon aus seiner Theorie jetzt durch einen Verticalwinkel, jetzt durch Parallellinien, jetzt auf eine andere Art zu helfen wissen.

§. 133. VIII. Aufgabe. So viel Parallellinien, als man begehrt in bestimmter Entfernung

von-

voneinander auf dem Pappier ohne Zirkel und Maaßstabe ziehen.

Anmerkung. Weil das beständige Verschieben die gemeine Art der Parallellinealn zum Gebrauch sehr unbequem machet, versicherte der Herr Brander in einen Verzeichniß seiner verfertigten Instrumenten, das er am Ende der Beschreibung seines neuen Barometers beygesetzt, er habe eine andere Gattung eines Parallellineals erfunden, das sich nur senkrecht fortschiebet, und dabey durch einen, weiß nicht wie, angebrachten Zeiger die Entfernung der Parallelen bestimmet. Ich konnte bisher keines davon zu Gesicht bekommen, und ließ mir also gleichwohl eines nach meinen Gedanken verfertigen, daß die nämlichen Vorzüge haben sollte. Herr Andreas Wolf ein hiesiger vortreflich und berühmter Künstler hat es nach aller Genauigkeit und aufs feinste hergestellt. Hier liefere ich die kurze Beschreibung darüber.

Beschreibung eines neuen Parallellineals das sich immer senkrecht fortschiebet, und zugleich die Entfernung der Parallelen bestimmet.

§. 134. MN und PQ (XXXVIII. Fig.) sind zwo gleiche etwas über einen französischen Schuch lange von indianischen Holze verfertigte Linealen 3''' Linien dick.

Einwärts haben sie eine von A bis in D, und von I bis in K reichende mit Meßing gefütterte Ruthe.

Das rhombusförmige Gitter ist aus 6 Stücken von wohlgehammerten Meßinge so zusammengesetzt das es in allen Puncten *a*, *b*, *h*, *c*, *d*, *g*, *f*, *e*, und *l* um einen cylindrisch gedrehten Nagel beweglich ist. In *h* und *f* ist es zugleich an beyden Linealen festgemacht, doch so, daß sich auch diese Theile um ihren Nagel ungehindert bewegen können.

A B und C D sind zwo Oeffnungen, und oberhalb zween in die verjüngten Zoll, und Linien getheilte Maaßstäbe. Die Theile sind ungleich, und nehmen gegen die Mitte hin immer zu. Bey A B ist der baierische bey C D der französische halbe Schuh in seinen Zoll- und Linien auf Meßing gestochen, in das Holz eingelassen.

An die dünnen meßingen Stücke A *k* und *i* D ist bey A und bey D eine Art eines Zeigers angebracht, der beym Auf- und Zuschieben der Linealen sanft auf der Theilung parallel fortrutschet, und den Abstand der gezogenen Linien aufs genaueste bestimmet. Wenn das Lineal geschlossen, erscheinet vom Gitter gar nichts.

§. 135.

§. 135. Anmerkung. Erst nach der Hand ließ ich mir die Structur des Branderischen erklären, ich habe aber bisher das Glück noch nicht gehabt, ein verfertigtes zu sehen, oder damit einen Versuch zu machen. Die Wirkungen sind bey meinem Lineal die nämlichen, die Herr Brander in seinem Register angiebt, in der Construction aber sind wir Himmelweit voneinander.

§. 136. Auflösung der vorhergehenden Aufgabe.

1. Man setze die Seite M N genau an die Linie hin, mit der man die übrigen Linien parallel ziehen will, und halte das Lineal P Q fest.

2. Mit dem Lineal M N rücke man so lang vor sich hin, bis der Zeiger A oder D die verlangte Entfernung der ersten Parallel-Linie anzeiget, alsdann ziehe man sie an dem Lineal, wie gewöhnlich, her.

3. Läßt man das Lineal P Q immer unverrucket, und fähret mit M N weiter, werden die Zeiger alle verlangte Entfernungen der neuen Parallelen von der gegebenen Linie bestimmen.

4. Will man die Entfernung zwoer neuen Parallelen untereinander selbst bestimmen, muß das Lineal geschlossen, und die Seite M N an eine derer angeleget werden.

STAATSBIBLIOTHEK BAMBERG

Vom Gebrauche des Meßtisches.

§. 137. Beym Gebrauche des Meßtisches hat der Geometer folgende Stücke in allen Fällen genau zu beobachten.

1. Soll die Fläche des Meßtisches jederzeit mit dem Horizont parallel stehen, wenn auch schon die Gegenstände, auf die er zumessen will, höher oder niederer, als die Fläche seines Meßtisches wären.

§. 138. Anmerkung. Man hat darum zweyerley Gattungen der Regeln erfunden, um damit sowohl in die Höhe als in die Tiefe zu messen, ohne den Tisch selber aus seiner Horizontallage zu bringen.

Man befestiget nämlich auf der Regel A B (XXXIX. Fig.) einen halben Zirkel der um seinen Mittelpunct *d* beweglich ist, und in jeder Lage fest geschraubet werden kann. So kann man durch den darauf angebrachten Tubus von *a* gegen *b* hinauf, oder, wenn man den Halbzirkel bey *b* neiget, hinunter sehen, ohne den Tisch zu veränderen. Oder man bringet auf der Regel nebst den zwoen Dioptern noch eine dritte an, die sich hoch und nieder schieben, und, wenn man sie gar nicht nöthig hat, auf die Regel hinlegen läßt.

2. Die

2. Die Grundlinie, die man sich erwählet, muß nicht nur eine bequeme Lage in Ansehung der Oerter haben, derer Entfernung man suchet, sondern sie muß auch nach Maaß des Abstandes der Oerter grösser oder kleiner angenommen werden.

Die Länge der Grundlinie betreffend läßt sich keine sichere Regel vorschreiben, das mehrste kömmt auf ihre Lage an, und diese wird jederzeit bequem genug seyn, wenn der Winkel, den die zwo Directionslinien A C und B C (XL. Fig.) am Puncte C des Gegenstandes, worauf man zielet, miteinander ausmachen, nur groß genug ist, und wenigstens 3° bis 4° Grade hält. So würde es sehr ungelegen seyn, und mit der Arbeit ziemlich unrichtig hergehen, wenn man (Fig. XL.) in Ansehung des Ortes C die Linie A B für die Grundlinie annehmen wollte. B D würde dahero viel bequemer aussehen, weil durch diese Lage der Winkel C merklich vergrössert wird.

3. Wenn sich etwann die auf dem Meßtische gezogene Linien nicht schliessen sollten, darf man nur eine kleinere Grundlinie annehmen, und aus einem andern Puncte mit den vorigen parallellaufende Linien ziehen. Diesem Falle aber könnte wohl vorgebogen werden, wenn man sich nur einen grossen Meßtisch etwann

von 2' bis 3' Schuhen anschaffete, da ohnehin unsere emeinen Meßtische viel zu klein sind.

Etwelche Aufgaben, die sowohl mit dem Astrolabio, als mit dem Meßtische können aufgelöset werden.

§. 139. IX. Aufgabe. Die Entfernung zweyer oder mehrer Oerter abmessen.

Anmerkung. Diese und andere dergleichen Aufgaben lassen sich sowohl trigonometrisch, als geometrisch auflösen. Ich will sie beyde hersetzen.

Trigonometrische Auflösung.

1. Man suche sich eine bequeme Grundlinie AB aus (XLI. Fig.) und messe sie genau ab.

2. Miß aus dem Puncte A mit dem Astrolabio alle Winkel, die deine Grund-Linie AB mit den bestimmten Oerteren C, D, E, F, G, H, I, K machet, und schreib ihr Maaß der Ordnung nach auf.

3. Trag dein Instrument nach B; stecke aber zuvor in A eine Meßfahne auf die du aus B abziehlest, und mache es im übrigen eben so, wie zuvor in der Station A, so bist du mit deiner Arbeit auf dem Felde fertig.

4. Nun

4. Nun hast du nur zu Hauße die sieben Dreyeck: wovon dir die gemeinschaftliche Grund-Linien A B sammt den dreyen Winkeln nunmehr bekannt ist, trigonometrisch aufzulösen und erstens die zwo übrigen Seiten eines jeden in Sonderheit (Theoret. Th. Trigon. §. 234.) und endlich aus diesen die Linien CD, DE, EF ꝛc. oder den Abstand der Oerter untereinander (eben daselbst §. 237.) durch die Rechnung zu bestimmen.

I. Anmerk. Weil so wohl der Winkl CAB, als DAB bekannt ist, wird CAD=CAB—DAB seyn. Man kann also im Dreyecke ACD die zween übrigen Winkel aus den zwoen gefundenen Seiten AC und AD samt dem entzwischen liegenden Winkel, und folglich auch die Seite CD nach (§. 234. Trig.) finden. Und so von den übrigen Dreyecken.

II. Anmerk. Weil in diesem Plan nun alle innere Seiten und Winkel bekannt sind, kann man, um die äussere Seiten zu bestimmen sich auch anderer und bequemerer Linien bedienen. So kann man z. B. aus den Seiten A G, und A *h* samt dem Winkel g A *h* (=g A B + B A *h*) die Winkl A g *h* und g *h* A, folglich die Seite g *h* finden. Es ist aber rathsam, das man die Rechnung auf mehrley Art vornehme, und wo sich etwann eine Differenz äussert, das Mittel davon für den wahren Abstand der Oerter annehme.

§. 140. Geometrische Auflößung.

1. Richte den Meßtisch an dem Puncte A (XLII. Fig.) deiner Grund-Linie auf, und zieh eine mit ihr genau correspondirende kleine Linie A *b* an der Regl her.

2. Laß die Regl unverrückt stehen, und wende den Tisch so lang bis du die in B aufgesteckte Meßfahne siehest.

3. Lege die Regel genau an den Punct A, der mit dem Anfange der wahren Grund-Linie genau correspondiren muß, so an, das du zugleich die bestimmten Oerter C, D, E, F ꝛc. nach und nach durch die Diopteren siehest, und zieh die Linien AC, AD, AE, AF ꝛc.

4. Miß die wahre Grund-Linie AB und übersetze sie aus einem tausendtheiligen Maaßstabe aus A in *b*.

5. Stecke in A ein Meßfahne auf, und übersetze deinen Tisch in den Stand B so, das du sie durch die Diopteren der an *a* B genau liegenden Regel siehest.

6. Ziele, wie zuvor aus A, jetzt aus dem Puncte B durch die Diopteren auf die nämlichen Gegenstände ab, und zieh jederzeit eine Linie, so werden diese die vorigen durchschneiden, und die kleine Figur auf dem Tische wird der wahren Lage der Oerter ähnlich seyn, und folglich den begehrten Abstand der Oerter im verjüngtem Maaße

bestim-

bestimmen; denn weil *a*B ein Theil der Linie AB ist und AC mit *ac* parallelläuft, ist ABC ∽ *a*B*c*, dahero stehen die correspondirenden Seiten in Prorortion. Eben so läßt sichs von den übrigen Dreyecken erweisen.

Man darf also nur die Linien der kleinen Figur auf dem nämlichen Maaßstabe messen, worauf man die Grund-Linie *a*B genommen, so hat man alle Entfernungen der Oerter sowohl von den Stationen, als unter sich selbst.

Anmerkung. Nach der Vorschrift dieser Aufgabe pflegt man ganze Landschaften aufzunehmen, und Landkarten zu verfertigen.

§. 141. X. Aufgabe. Eine Fläche Messen, die man allenthalben durchgehen kann.

Auflöß. 1. An einem willkührlich innerhalb der Fläche angenommenen Puncte C richte deinen Meßtisch, oder das Astrolabium auf. (XLIII. Fig.)

2. Miß, oder Zeichne die Winkel *acb*, *bcd*. ꝛc.

3. Miß mit der Kette die Linien *ac*, *bc*, *dc*, *ec* ꝛc. so ists geschehen.

Anmerkung. Auf dem Meßtische bekömmt man die ähnliche Figuren ohne weiters, die man beym Gebrauche des Astrolabimus erst zu Hauße

 ver-

verfertigen muß. Man soll sich aber auch da jederzeit nur obenhin eine Figur aufs Papier hinzeichnen, die dem Felde beyläufig ähnlich ist, und die Winkel, oder auch, wenn es nöthig, die Gegenstände, z. B. *a* ein Hauße, *b* ein Baum ꝛc. dazu hinschreiben, um den Plan leichter und genauer zu machen.

§. 142. XI. Aufgabe. Eine Fläche, z. B. einen Teich, oder Weiher ꝛc. abmessen, wodurch man nicht kommen kann. XLIV. Fig.

Auflöß. 1. Stecke an den Ecken des Teiches Meßfähnen auf, und miß sowohl die Winkel, als die äusseren Seiten des ganzen Teiches, wie *ab*, *bc* ꝛc.

2. Wo der Umfang des Teiches krumm läuft, wie z. B. bey *q*, miß von *a* gegen *f*, von *f* gegen *e*, und die abgemessene paralleln *mn*, *fq*, *rs*, ꝛc. werden dir auf dem Plane die Krümmung des Teiches *q*, *n*, *s*, *t* bestimmen.

3. Nun kanst du aus den bekannten Winkeln und Seiten des Polygons die ganze Figur des Teiches entwerfen.

§. 143. I. Anmerkung. Fast eben so werden die Krümmungen eines Flusses, oder einer Landstrasse bestimmet, da man von einem Buge *a* zum

bey

anderen *b* gerade hin mißt, und die Krümungen bey *d* (XLV. Fig.) durch parallel- oder perpendicular-Linien suchet.

§. 144. II. Anmerkung. Wer von einem Feldmesser in dieser Arbeit eine mathematische Genauigkeit forderet, der weiß fürwahr nicht, wie vielen und grossen Beschwernißen diese Art zu messen unterworfen sey. Man kann sie aber in tausend Fällen ohnmöglich missen. Es muß dahero dißfalls der gewissenhafte Feldmesser behutsam in die Sache gehen, und folgende Stücke sorgfältig beobachten.

1. Soll er seine Instrumente nach aller möglichen Genauigkeit untersuchen und beurtheilen, ob er zuverläßig in seiner wichtigen Arbeit darauf trauen könne.

2. Die Zahl der Seiten soll er verminderen so viel es möglich, und sie nicht zu kurz, die Winkel aber nicht zu stumpf, aber auch nicht zu scharf nehmen.

3. Wenn das Polygon aufgezeichnet, soll er den Plan prüfen, ob die Summe der Polygonswinkel mit der Zahl der Seiten correspondire (Theor. Thl. VI. Abh. §. 56.)

4. Wenn sich bey Aufzeichnung des Polygons die letzte Seite nicht anschließt, ists ein unstrittiges Zeichen,

daß

das in der Arbeit gefehlt worden sey. Ist nun der Fehler wichtig, muß nicht gleich auf dem Papiere (welches freylich nicht viel Mühe kostete) geholfen, sondern die Arbeit wiederholet, und, wo der Fehler steckt, auf dem Felde gesucht werden.

Diesen Leichter zu entdecken kann man das ganze Polygon (wenn sichs thun läßt) in zwey oder mehr kleinere durch Diagonalen abtheilen; denn wenn sich die Linien des Umfanges auf einer, nicht aber auf der anderen Seite der Diagonal schliessen, verräth sich der Fehler schon, ohne daß man nöthig habe, das ganze Polygon aufs neue zu messen.

§. 145. III. Anmerkung. Ich würde meinen Anmerkungen hierüber kein Ende machen, wenn ich alles erklähren wolte. Die Uebung muß hierin der beste Lehrmeister seyn, und man wird einen Anfänger weit leichter durch die Vorübungen auf dem Felde selbst, als durch noch so weitläufige Lehrsätze, und Unterweißungen, die er nur an seinem Schreibpulte betrachtet, zum vollkommnen Feldmesser gestalten.

§. 146 XII. Aufgabe. Die Entfehrnung dreyer Oerter A, B, C, derer Abstand untereinander bekannt

kannt ist, von einem Puncte, oder vierten Orte *D* Geometrisch bestimmen. (Fig. XLVI.)

Auflößung. 1. Mache das Dreyeck *abc* ∽ ABC und miß genau die optischen Winkel ADB und BDC.

Ueber *ab* beschreibe einen Bogen der den Winkel ADB, über *bc* einen Bogen der den Winkel BDC zu fassen fähig ist. (Thor. Theil V. Abh. §. 49.) so wird der Punct *d*, wo sich die Zirkelbögen einander schneiden, die Lage der drey Oerter in Ansehung des Punctes D, und folglich *ad*, *bd*, und *dc* ihre Entfernung von der gegebenen Station auf dem Maaßstabe bestimmen, nach welchen man zuvor das ähnliche Dreyeck *abc* aus dem bekannten Abstande der Oerter beschrieben.

Anmerkung. Herr Brander lößet diese Aufgabe in der Beschreibung seines Universalmeßtisches mit einem dreyspitzigen Stangenzirkl gar artig, und bloß mechanisch auf.

Herr Stephan Stigler Profeßor der Mathematick bey dem Churbaierischen Herrn Cadeten, hat sie in seinen mathematischen Sätzen, die seine Schüler im Jahre 1770. beantwortet, trigonometrisch nach aller Genauigkeit abgehandelt, und ihre weitschichtige Nutzbarkeit in verschiednen Fällen gezeiget.

Vom

Vom Gebrauche des Quadrantes insonderheit, und von Abmeßung der Höhen.

§. 147. Eine Horizontalfläche heisset diejenige Fläche unserer Erde, deren alle Punkte gleichweit vom Mittlpuncte abstehen. Eine solche Fläche stellen uns die ruhigen Wässer vor: sie sind zwar krumme Flächen, können aber wohl in einem nicht gar zu grossen Bezirke für gerade angesehen werden. Jede auf einer solchen Fläche gezogene gerade Linie wird eine Horizontal-Linie genennt, ob sie schon eigentlich nur eine Tangente der wahren Horizontal-Linie ist.

§. 148. Die Directions-Linie eines jeden Senkels, der frey an einem Faden hanget, macht mit der Horizontfläche beyderseits rechte Winkel, darum er auch Perpendickl genennt wird.

§. 149. Wenn in dem rechtwinklichten Dreyeck ABC (XLVII Fig.) AB die Horizontal-Linie ist, wird AC die Höhe des Punctes C bestimmen, und der Winkel ABC der Höhenwinkl genennt.

§. 150. Die Höhen zu messen bedienen wir uns insgemein des Quadrantes, und dies auf zweyerley

Art;

Art; denn entweder ist der Quadrant selber um seinen Mittelpunct beweglich, oder er hat nur eine bewegliche Regel.

§. 151. Wenn der Quadrant unbeweglich ist, wie B (Fig. XLVIII.) bestimmt der Bogen ab, der zwischen der Horizontal-Regel mo, und zwischen der beweglichen mb sich befindet den höhen Winkl m; denn es ist $m = n$.

§. 152. Ist aber der Quadrant selber beweglich, wie A, so bestimmt der Bogen cd, der zwischen dem Senkel und dem vorderen Schenkel cr des Quadrantes lieget. Denn es ist der Winkel $p = t$. Hier ist der kurze Beweiß darüber.

$$t + v = 90^\circ$$
$$s + t = 90^\circ$$

dahero $s = v$

Es ist aber auch $p + s = t + v$,

folglich $p = t$. w. z. E.

Etwelche Aufgaben vom Höhenmessen.

§. 153. XIII. Aufgabe. Eine Höhe HE (Fig. XLVIII. messen zu der man kommen kann.

Auf-

Auflöß. 1. Stelle deinen Quadrant so, daß seine Fläche auf der Horizontalfläche senkrecht stehe.

2. Miß die Horizontal-Linie, H*m* und auf dieser den Winkel *m*, so kanst du in dem Rechtwinklichten Dreyecke aus der bekannten Seite H*m*, und dem Winkel *m* die Seite HE durch die Trigononetrie finden. (Theor. Th. Trig. IV. Abh. §. 232.) diese, wenn du die Höhe des Quadrantes addirst, wird die gesuchte Höhe seyn.

§. 154. Anmerkung. Wenn du von einer unbestimmten Linie so viel Theil deines Maaßstabes von H bis *m* abschneidest, als die gemessene Grund-Linie Ruthen oder Schuhe &c. hält, und am Ende dieser Linie die Hypothenuse *m*E unter dem gefundenen Höhenwinkl ziehest, so wird die am anderen Ende H aufgerichte Perpendicular-Linie HE dem Punct E bestimmen, und die Linie HE sammt der Höhe des Quadrants die gesuchte Höhe auf dem Maßstabe angeben.

§. 155. XIV. Aufgabe. Eine Höhe BC messen zu der man aus A nicht kommen kann.

Auflöß. Hier hat man zwo Stationen, und beyde auf der verlängerten Horizontal-Linie AB zu nehmen nöthig. Diese seyn (XLIX. Fig.) A und D. Miß also AD, und in der ersten Station A den Hö-

hen-

henwinkl p, in der zweyten D den Winkel n, so wird dir sein Complements-Winkel m, folglich auch der dritte o, bekannt, und du kannst aus der gefundenen Seite und den drey Winkeln jetzt schon die Seite DC oder die Hypothenuse des Dreyeckes BCD (Theor. Th. Trigon. V. Abhandl. §. 234.) und endlich aus dieser die Höhen-Linie BC trigonometrisch bestimmen.

Anmerkung. Will man die Aufgabe lieber geometrisch aufgelöset wissen, darf man sich nur, wie in der vorhergehenden, des tausendtheiligen Maaßstabes bedienen, und zu erst über die Grund-Linie AD, die man wieder auf dem Maaßstabe nimmt, das ähnliche Dreyeck ACD aufrichten, wenn man nachdem AD verlängert, und aus C eine Perpendicular-Linie darauf herabläßt, wird CB die gesuchte Höhe auf dem Maaßstabe geben, zu der man wieder die Höhe des Instruments addiret.

§. 156. XV. Aufgabe. Eine Höhe CQ messen, wenn die Grund-Linie AB von der Horizontal-Linie AD oder HO unter einem Winkel DAB = OHB abweichet. (L. Fig.)

Auflöß. 1. Richte deinen Quadranten in A, in H aber eine Meßfahne auf, woran ein sichtbar-oder kenntliches Zeichen in der Höhe deines Instruments genau fest gemacht wird, und miß die Linie AH.

2. Stelle deinen Quadranten nach der Horizontal-Linie AD, das ist, so, das der Senkel den ersten Grad der Theilung schneide.

3. Richte ihn, wenn der Quadrant beweglich ist, gegen die Meßfahne H um den Winkel t zu erhalten.

4. Richte ihn weiter, aber verkehrt, gegen Q und endlich gegen C, so bekömmst du die Winkel s und m.

5. Missest du nun auch aus H die Höhen Winkel $z+u$, und $u+n$ so hast du alles, was zu deiner Rechnung erfordert wird.

Denn, weil dir im Dreyecke ACH die Seite AH, der Winkel CAH ($=m+s+t$) und der Winkel r (welcher der complementswinkel zu 180° der bekannten Summe der Winkeln $z+v+n$ ist) kanst du schon die Seite AC finden. (Theor. Thl. Trigon. V. Abh. §. 234.)

Wiederum im Dreyecke CAQ kanst du aus der nunmehr bekannten Seite AC, aus dem Winkel m, und aus dem Winkel ACD (welcher der Complementswinkel des Winkels $m+s$ zu 90° ist) die Höhen-Linie CQ finden.

§. 157. I. Anmerkung. Ungezweifelt ists, das zum Höhenmessen ungemein mehr Fleiß, Genauigkeit,

keit, und noch weit richtigere Instrumente, als zum übrigen Feldmessen erforderet werden. Besonders soll der Feldmesser folgende Stücke dabey beobachten.

1. Der Senkel soll frey, aber doch still und unbeweglich, und genau im Mittelpuncte des Quadrantes hangen. Man pflegt ihn darum in ein Geschirr mit Wasser zu senken, damit ihn die Luft so leicht nicht bewegen könne.

2. Die zwischen den zwoen Stationen angenommene Grund-Linie soll in Ansehung der Höhe, die man sucht, so eine Lage haben, das die Winkel bey C. (Fig. XLIX. immer groß genug seyn, und wenigstens 3° bis 4° halten. Die beste und bequemste Lage ist, wenn der erstere Höhen-Winkel *p* nicht weniger als 30°, der Zweyte bey *n* nicht viel weniger als 50° hält.

3. Der Feldmesser muß seinem Auge nicht zu viel trauen in Beurtheilung der Horizontal-Linie, woraus manchmal die beträchtlichsten Fehler entspringen. Nein, er soll sowohl auf die Spitze z. B. eines Turmes, als auf den untersten Theil desselben mit seinen Diooptern oder Tubo zielen.

§. 158. II. Anmerkung. Wir können das, was wir bisher vom Höhenmessen gesagt, nur

bey solchen Gegenständen anwenden, die nicht weiter von uns entfernet sind, als das wir die Scheinbare, oder vermeinte Horizontal-Linie für die Wahre, ohne merklichen Fehler noch annehmen können. (Sieh die folgende Abhandlung.)

§. 159. III. Anmerkung. Was den Quadrat-Innhalt, und die Abtheilung der abgemessenen Flächen betrift, bleibt hauptsächlich alles bey den in meinem Theoretischen Theile in der 3. 4. 5. und 6ten Abhandlung der Geometrie angebrachten Lehrsätzen. Nur eine einzige Aufgabe habe ich noch aufzulößen für den Fall, wenn die Kette, der sich der Feldmesser bedienet hat, nicht eben nach der Landüblichen, sondern nach einer ausländischen Ruthe getheilet und verfertiget wäre.

§. 160. XVI. Aufgabe. Was immer für eine Ausländische nach der Landüblichen Ruthe ohne Rechnung reduciren.

Auflöß. 1. Vergleiche den Ausländischen mit dem Landschuhe so genau als es möglich. Es sey z. B. der ausländische Schuh = 9′. 7″. 8‴. 5 = 978‴, 5. Der Landschuh aber sey = 1000‴. So verhält sich die Landruthe zur ausländischen wie 1000 : 978, 5.

2. Nun

2. Nun verfertige dir zween Maßstäbe. auf dem einten Theile den Landschuh in 1000. Theile. Nimm hernach von diesem Maßstabe 978, 5 theile mit dem Zirkel genau ab, und verfertige mit dieser Länge den zweyten tausendtheiligen Maßstab so wird die Reduction nicht mehr schwer seyn. Nämlich, man soll z. B auf dem Plane eine Linie von 157° nach verjüngtem Maße ziehen, die man mit der ausländischen Kette gemessen, und auf die Landübliche Ruthe reduciren soll.

Nimm also mit dem Zirkel auf dem ersteren Maßstabe 157 Theile, und geh mit der nämlichen Zirkel-Oefnung auf den zweyten, da wirst du ohngefähr 160, 4 finden, und mit der verlangten Reduction schon fertig seyn.

§. 161. Anmerkung. P. Philipp Steinmeyer lehrt in seiner Geometrie eben diese Aufgabe durch die Rechnung auflösen, und mag hierüber nachgelesen werden. Mathf. fuccinct. pag. 70.)

V. Abhandlung.

Von der Wasserwage und ihrem Gebrauche.

§. 162. Weil unsere Erde beynahe eine Spähre ist, kann die wahre Horizontal-Linie keine gerade Linie, sondern sie muß nothwendig ein Zirklbogen seyn, dessen alle Puncte fast gleichweit vom Mittelpuncte der Erde abstehen.

§. 163. Wenn dahero zwey oder mehr Oerter von diesem Mittelpuncte gleiche Entfernungen haben, nennt man ihre Lage gegeneinander Waagrecht.

§. 164. Diese Lage zu untersuchen bedient man sich der Wasserwaage, und man hat diese Untersuchung hauptsächlich bey Verfertigung der Wasserleitungen nöthig.

§. 165. Anmerkung. Man hat verschiedene Gattungen der Wasserwagen erfunden. Die gemeinste bestehet aus einem 5. bis 6. Schuhe langen, an beyden Enden aufwärts gekrüpften Rohre AB (LI. Fig.)

In

In *c* und *d* werden Gläser befestiget, die ohngefähr 3. Zoll im Durchmesser, und 5. bis 6. Zoll in der Höhe haben. Jedes hat im Mittelpuncte seiner Grundfläche ein Loch von etwann einen Zoll, und oben ein Deckel von Meßing oder Holze.

Das ganze Rohr ruhet, wie der Meßtisch, auf einem Gestelle und ist in einer sogenannten Nusse auf alle Seiten beweglich.

Wird nun dieses Rohr mit einem gefärbten Wasser so weit gefüllet, das es in beyden Gläsern eine merkliche Höhe *h i* erreichet, so ist die Wasserwage zum Gebrauche fertig.

Vom Gebrauche der Wasserwage.

§. 166. I. Aufgabe. Bestimmen, um wie viel der Ort Q höher als N liege. (LII. Fig.)

Auflößung. 1. Richte in den Puncten N eine 10' bis 12' Schuhe lange Stange *a* N senkrecht, die Wasserwage aber zu erst auf der Anhöhe S auf. An der Stange sey ein von weiten kenntliches Zeichen, das man auf- und abschieben kann: z.B. eine weisse Scheibe, in deren Mitte ein schwarzer Zirkel, von ungefähr einem Zoll im Durchmesser, sich befindet.

2. Schaue von *l* gegen *k* durch beyde Gläser ge-

nau über die Oberflächen des gefärbten Wassers hin, und heiße einen anderen durch deuten die weisse Scheibe so lang auf oder abschieben, bis der obere Rand des schwarzen Zirkels deine Gesichts-Linie in *a* berührt.

3. Miß die Höhe N *a*, und schreib sie auf.

4. Lasse in O die zweyte Stange sammt der weissen Scheibe aufrichten, und da du von *k* gegen *l* durch die Gläßer schauest, heisse deinen Gespann den Punct *b* mit einer Kreide merken.

5. Uebersetze die erste Stange *a* N in den Punct P dein Instrument aber im T, und schaue von *n* gegen *m* wie zuvor, um den Punct *c* zu bestimmen und miß *b c*.

6. Schaue wieder von *m* gegen *n*, und heisse den anderen an der Stange den Punct *d* bemerken.

7. Aus der dritten Station Q bekömmst du auf gleiche Art den Punct *e*, und nachdem du *d e* gemessen, erhältst du endlich auf der letzten Stange den Punct *f* und missest die Höhe V *f* so ist es geschehen.

Wir wollen jetzt setzen du habest gefunden	*a* N	= 8′. 2″.
	b c	= 3. 6
	d e	= 4. 3
So darfst du sie nur addiren, und von der Summe		15. 11
Die letzt gefundene Höhe V *f* subtrahiren		= 1. 6
So wird der Rest		= 14′. 5″

Das

Das ist, 14 Schuhe und 5 Zoll betragen, welches die gesuchte Differenz der Höhen zwischen N und Q ist, und liegt also der Ort Q um 14'. 5'' höher, als N.

§. 168. I. Anmerkung. Wenn die Oerter S, T, V so weit auseinander stünden, das man zwischen jedem noch einige Stationen annehmen und jetzt ab, jetzt wieder aufsteigen müßte, müßte man alle Höhen, die man im absteigen gefunden, zusamm addiren, und wieder die Höhen, die man im Aufsteigen gefunden, unter eine Summe bringen, so würde die Differenz dieser Summen den verlangten Unterschied der Höhen geben.

§. 169. II. Anmerkung. Weil auch das schärfeste Aug die Gegenstände, welche über 5 bis 600 Schuhe entfernet sind, zu erreichen kaum fähig ist, kan man mit diesem Instrument mehr nicht als etwann 1000 Schuhe weit entfernte Oerter aus einer Station, wenn die Wasserwage in die Mitte gestellt wird, miteinander vergleichen.

Hugenius hat dahero eine andere Maschine hierzu erfunden, die in einem Horizontalhangenden Tubo bestehet, und von Hr. Belidor im dritten Theile seines cursus Math. deutlich beschrieben wird; ihr Gebrauch aber scheinet weit mehr Beschwernißen unterworfen zu seyn, als der ersteren. Vielleicht ließ sich eine aus beyden zusammengesetzte Maschine verfertigen, und der Mangel der einten durch die andere ersetzen.

§. 170. III. Anmerkung. Heer Brander hat

sich in diesem Stücke schon wiederum bey der gelehrten Welt recht vorzüglich verdient gemacht. Er hat uns eine neue Art von einer Wasserwage verfertiget, und die ganze Beschreibung darüber in einem besonderen Werkgen geliefert. Die Versuche die sowohl hier von Herrn Michel, als in Ingolstadt von unserm P. Ignaz Pickel damit gemacht worden, waren so glücklich, daß sich ein Fehler von zwoen bis drey Secunden noch deutlich genug verrieth.

§. 171. II. Aufgabe. Die Abweichung Dc (XLIII. Fig.) der scheinbaren Horizontal-Linie BD von der wahren Bc für jede Entfernung BD, BI ꝛc. bestimmen.

I. Auflößung. Dividire das Quadrat der scheinbahren Horizontallinie durch den Durchmesser der Erde, so giebt der Quotient die gesuchte Abweichung. Hier stehet der Beweiß dieser Rechnung.

$$\overline{BD}^2 = Gc \times cD$$ (Theor. Thl. Geom. V. Abh. §. 43.)

Dahero $$\frac{\overline{BD}^2}{Gc} = cD$$ w. z. E.

2. Auflößung. Aus der Summe der Quadraten des halben Durchmessers der Erde Ac, und der Scheinbaren

baren Horizontal-Linie BD zieh die Quadratwurzl aus, und A c davon ab, so giebt der Rest die gesuchte Abweichung c D.

Beweiß. $\overline{BD}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{AD}^2$ (Geom. IV. Abh. §. 34. III.)

Dahero $\sqrt{BD^2 + AB^2} = AD$

Und endlich $AD - Ac = cD$. w. z. E.

§. 172. III. **Aufgabe.** Eine Tabelle über diese Abweichung verfertigen.

Auflößung. 1. Man suche nach der vorhergehenden Aufgabe für eine bestimmte Entfernung $= a$ die Abweichung $= b$ der scheinbaren von der wahren Horizontal-Linie.

2. Will man nun die Abweichung $= x$ für was immer für eine bestimmte Entfernung c finden, darf man nur folgende Proportion anstellen, um eine allgemeine Forml zu erhalten:

$$a^2 : b = c^2 : x \text{ dahero } x = \frac{b\,c^2}{a^2}$$

Es sey z. B. $a = 600°$
$b = 4''$
$c = 1000°$

so haben wir $360000 : 4'' = 1000000 : x = 11''.1'''.4.$

Be-

Beweiß. $cD : Ik = \overline{BD}^2 : \overline{BI}^2$

Denn es ist $\overline{BD}^2 : \overline{BI}^2 = cD \times DG : Ik \times HI.$

Nun ist $GC = Hk$

Dahero $\overline{BD}^2 : \overline{BI}^2 = cD : Ik$ w. z. E.

§. 173. Ich will hier eine solche Tabelle nach der Piccardischen Berechnung aus Jacob Leupolds Theatro Stat. her setzen. Piccard bediente sich zu seiner Rechnung der französischen Ruthe von 6' Schuhen, jeden Schuh zu 12" Zoll, und jeden Zoll zu 12 Linien gerechnet, und er fängt sie erst in einer Weite von 50° an, weil die Abweichung der scheinbaren von der wahren Horizontal-Linie auch erst in dieser Entfernung kenntlich zu werden anfängt.

Die

Die scheinbahre Horiz. Linie.		Weichet ab von der wahren.		
Ruthen.	Schuhe,	Schuhe.	Zoll.	Lin.
50°	300′	0′	0″	$\frac{1}{3}$
100	600	—	—	1. $\frac{1}{3}$
150	900	—	—	3.
200	1200	—	—	5. $\frac{1}{3}$
250	1500	—	—	8. $\frac{1}{3}$
300	1800	—	1.	0
350	2100	—	1.	4. $\frac{1}{3}$
400	2400	—	1.	9. $\frac{1}{3}$
450	2700	—	2.	3.
500	3000	—	2.	9.
550	3300	—	3.	6
600	3600	—	4.	0

Die scheinbahre Horiz. Linie.		Weichet ab von der wahren.		
Ruthen.	Schuhe,	Schuhe.	Zoll.	Linie.
650	3900	0′	4″	8″
700	4200	0.	5.	4
750	4500	0	6.	3
800	4800	0	7.	1
850	5100	0	7	11$\frac{1}{2}$
900	5400	0	8	11.
1000	6000	0	11	0.
1250	7500	1	5	1$\frac{1}{2}$
1500	9000	2	0	9
1750	10500	2	9	8$\frac{1}{2}$
2000	12000	3	8	0

Practische Anwendung
der theoretischen
Geometrie
auf die Balistick.

Vorerinnerung.

Weil sich fast die ganze Theorie oder Balistick hauptsächlich auf die Gesätze der gleichförmigen, der gehemmten, und der beschleinigten Bewegung gründet, muß sich ein Anfänger diese zuvor auf das vollkommenste bekannt machen, ehe er sich an die Balistick waget.

Es werden aber diese Gesätze von den Lehrern der Physick allenthalben in unsern Schulhäusern weitläufig und genau abgehandelt. Nur also den Herrn Churbaierischen Artilleristen zu liebe, will ich von ihren Erklärungen einen kurzen Auszug hieher schreiben, und zuerst von der einfachen, welche entweder gleichförmig, oder beschleinigt, oder gehemmet ist, alsdenn von der zusammengesetzten Bewegung der Körper handeln.

I. Ab-

I. Abschnitt.
Von der einfachen Bewegung.

I. Abhandlung.

Allgemeine Begriffe von der Bewegung der Körper überhaupt.

§. 1. Eine geschwinde Bewegung wird es genennt, wenn der bewegte Körper in kurzer Zeit einen langen Raum durchläuft. Es besteht dahero die Geschwindigkeit eigentlich in dem Verhältniße, welches der Raum, und die Zeit, in der er durchloffen worden, untereinander haben. Dieß Verhältniß aber finden wir, wenn wir den Raum durch die Zeit dividiren, in der ihn der Körper durchloffen.

§. 2. Wir können also diese Geschwindigkeit eben so, wie andere geometrische Grössen durch Zahlen, oder durch Linien, oder endlich auch durch Buchstaben ausdrücken, und z. B. den Weg, oder Raum,

den der Körper macht, S, die Zeit T, und seine Geschwindigkeit C nennen.

§. 3. I. **Lehrsatz.** Wenn zween Körper A und B die nämliche Zeit zu ihrer Bewegung anwenden, so verhält sich die Geschwindigkeit des einen zur Geschwindigkeit des anderen, wie die Linien die sie durchlaufen. Machen sie aber beede den nämlichen Weg, so stehen die Geschwindigkeiten mit den verschiedenen Zeiten, oder endlich, wenn sowohl die Linien, die sie beschreiben, als die Zeit, die sie dazu anwenden, ungleich, mit beyden in Proportion.

Erklärung. Es sey die Zeit des Körpers A $= T$
seine Geschwindigkeit $= C$
sein Weg oder Raum $= S$
die Zeit des Körpers B $= t$
die Geschwindigkeit $= c$
der Raum $= s$

Es sey überdas I. $T = t$, so ist $C : c = S : s$.
II. $S = s$ $\quad C : c = t : T$.

III. $S > s$ und $T > t$ $\quad C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$

§. 4. **Anmerkung.** Wir drücken hier das geometrische Verhältniß durch die Division des

An-

Antecedenten durch seinen Consequenten aus.

§. 5. Wir können die Geschwindigkeit eines Körpers durch einen Bruch vorstellen, dessen Zähler den Raum, der Nenner aber die Zeit bedeutet. (§. 1.) Nun ist jede Fraction ihr selbst eigner Quotient; daher $C = \frac{S}{T}$, und folglich $C\ T = S$.

§. 6. Wenn also von der Geschwindigkeit mehrer Körper die Rede ist, so haben wir folgende Proportion für eine allgemeine Regel, $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$

Ist nun $T = t$ so giebt uns die Rechnung selber

$$C : c = S : s.$$

Das ist: Wenn die Zeiten gleich, verhalten sich die Geschwindigkeiten, wie die Räume.

§. 7. Ist aber $S = s$. so giebt die Rechnung wieder

$$C : c = t : T$$

Das ist: Wenn die Räume einander gleich sind, verhalten sich die Geschwindigkeiten *reciproce* wie die Zeiten gegeneinander.

Beweiß. $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$

Es ist aber $\frac{S}{T} : \frac{s}{t} = t : T$. (allg. §. 106.)

Folglich $C : c = t : T$. w. z. E.

§. 8. Wenn dahero sowohl die Räume, als die Zeiten ungleich sind, bekommen wir

$$C : c = S\,t : s\,T.$$

Das ist: Die Geschwindigkeiten haben ein aus dem ordentlichen Verhältniße der Räume, und aus dem verkehrten Verhältniße der Zeiten zusammgesetztes Verhältniß untereinander.

Beweiß. Weil $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$, so haben wir (wenn wir nur die Fractionen des zweyten Glieds der Aequation unter den nämmlichen Nenner bringen, $\frac{St}{Tt} : \frac{sT}{Tt} = S\,t : s\,T$)

$C : c = S\,t : s\,T$. w. z. E.

§. 9. *Quantitas* oder *momentum motus*, die forttreibende Kraft ist diejenige, welche verursachet, daß

daß der Körper den bestimmten Raum in bestimmter Zeit durchlaufe, sie steht also mit der Masse des Körpers sowohl, als mit seiner Geschwindigkeit in Proportion.

§. 10. Durch die Masse eines Körpers verstehen wir eigentlich die Summe aller Theilgen, die den Körper ausmachen, und sie ist jederzeit dem Gewichte des Körpers gleich. Wenn wir dahero die Massen zweener Körper M und *m*, ihre Gewichte aber P und *p* nennen, haben wir jederzeit $M : m = P : p$.

§. 11. Nun bekömmt man das Gewichte eines Körpers, wenn man seine Dichtigkeit $= D$ durch seinen Umfang $= V$ multiplicirt, das ist $P = DV$.

Dahero, wenn von mehrern die Rede ist, haben wir $P : p = DV : dv$.
folglich auch $M : m = DV : dv$.

§. 12. Weil die forttreibende Kraft sowohl mit der Geschwindigkeit des beweglichen Körpers (§. 9.) als mit seiner Masse in Proportion stehet, ist überhaupt, wenn wir diese Kraft Q nennen,

$$Q = CM$$

Dahero $Q : q = CM : cm$.

Das ist : Die forttreibende Kräfte zweener Körper haben ein aus ihren Massen und Geschwindigkeiten zusammgesetztes Verhältniß untereinander.

Es sey nun I. $M = m$,
So ist $Q : q = C : c$
Es sey II $C = c$
So ist $Q : q = M : m$
Es sey III $Mc = mC$
So ist $Q = q$.

§. 13. **Geometrischer Beweis.** Weil $Q = MC$, so können wir uns eines geometrischen Ausdruckes bedienen, und die forttreibende Kräfte durch Parallelogramme vorstellen, die eben auch Producte aus ihren Grund-Linien in ihre Höhen sind.

Es sey nun $CD = 8$ (I. Fig.) die Masse des Körpers A; $DE = 4$ sey die Masse des Körpers B. $DG = 3$ bedeute die Geschwindigkeit des Körpers A, $DF = 6$ die Geschwindigkeit des Körpers B.

In diesen Falle verhalten sich die Grund-Linien reciproce wie die Höhen, nämlich

$$CD : DE = FD : DG.$$

Folglich sind die Parallelogramme A und B einander gleich (§. 72. Geom. n. V.) und eben darum auch

die

die forttreibenden Kräfte zweener Körper, wenn ihre Massen mit den Geschwindigkeiten in verkehrter Proportion stehen, das ist, wenn $Mc = mC$. w. z. E.

Etwelche Aufgaben von der gleichförmigen Bewegung der Körper.

§. 14. I. Aufgabe. Aus den gegebnen Geschwindigkeiten zweener Körper die Räume, und die Zeit finden, in der jeder seinen Raum hinter sich leget.

Auflößung. I. Weil $C : c = St : sT$ (§. 8.)
so ist $CsT = cSt$
Dahero $S : s = CT : ct$ (§. 102. allg.)

Das ist: Die Räume haben ein aus den Geschwindigkeiten, und Zeiten zusammgesetztes Verhältniß untereinander.

Setzen wir nun, es sey 1. $C = c$, 2. $T = t$ so ist 1. $S : s = T : t$. 2. $S : s = C : c$.

II. Weil $CsT = cSt$
So ist $T : t = cS : Cs$

Das ist: Die Zeiten haben ein aus dem ordentlichen Verhältniße der Räume, und aus dem ver-

kehrten Verhältniße der Zeiten zusamm gesetztes Verhältniß untereinander.

Setzen wir nun, es sey $\begin{matrix} 1.\ S = s \\ 2.\ C = c \end{matrix}$ so ist $\begin{matrix} 1.\ T : t = c : C. \\ 2.\ T : t = S : s. \end{matrix}$

§. 15. II. Aufgabe. Aus der gegebenen forttreibenden Kraft Q und q, die Räume S und s finden.

Auflößung. $Q : q = CM : cm$ (§. 12.)
Es ist aber $C : c = St : sT$ (§. 8.)

Dahero, wenn wir in der erstern Aequation für C und c, St und sT substituiren,

haben wir $Q : q = StM : sTm.$
Folglich $QsTm = qStM$
und endlich $S : s = QTm : qtm$

Das ist: Die Räume haben ein aus dem ordentlichen Verhältniße der forttreibenden Kräfte, und Zeiten, und aus dem verkehrten Verhältniße der Massen zusammgesetztes Verhältniß untereinander.

§. 16. III. Aufgabe. Aus der nämlichen forttreibenden Kraft Q und q die Zeit T und t bestimmen.

Auf-

Auflößung. Weil $QsTm = qStM$ (§. 15.)
So ist $T : t = qSM : Qsm$. (§. 102. allg.)

Das ist: Die Zeiten haben ein aus den ordentlichen Verhältnißen der Räume und Massen, und aus dem verkehrten Verhältniße der forttreibenden Kräfte zusammgesetztes Verhältniß.

§. 17. IV. Aufgabe. Aus der nämlichen gegebenen Bewegungskraft Q und q die Masse M, und m, mit der das Gewichte jederzeit in Proportion stehet, bestimmen.

Auflößung. Weil $QmsT = qMSt$
So ist $M : m = QsT : qSt$

Das ist: Die Massen haben ein aus den ordentlichen Verhältnissen der Kräfte und Zeiten, und aus dem verkehrten Verhältnisse der Räume zusammgesetztes Verhältniß untereinander.

§. 18. Anmerkung. Weil in den Aufgaben von der Bewegung sehr viel daran gelegen, daß wir die Masse so wohl, als die Densität, oder Dichtigkeit der Körper leicht und fertig bestimmen können, müssen wir uns um eine allgemeine Regel hierzu umsehen. Hier ist sie.

§. 19. Die Densität besteht eigentlich in dem Verhältniße, welches die Masse des Körpers zu seinen Umfang hat; denn es ist offenbar, daß ein Körper desto lockerer, oder dünner sey, je ringer und kleiner seine Masse, sein Umfang aber grösser ist.

So ist z. B. eine pfündige Kugel vom Holze weit lockerer, als eine pfündige Kugel vom Bleye.

Dahero, wenn wir die Densität D,
Die Masse M
Das Volum, oder den Umfang V nennen,
wird jederzeit $D = M : V = \frac{M}{V}$ seyn.

woraus wir folgende Formeln als eben so viele Lehrsätze ziehen können.

Weil $D = \frac{M}{V}$

So ist I. $M = DV$

Das ist: Die Masse eines Körpers erhalten wir, wenn wir die Densität desselben durch seinen Umfang multipliciren.

II. weil $M = DV$,

So ist $V = \frac{M.}{D}$

Das

Das ist: Den Umfang eines Körpers zu bestimmen, dörfen wir nur seine Masse durch die Densität dividiren.

III. Weil $V = \frac{M.}{D}$

So ist $V : v = \frac{M}{D} : \frac{m}{d}$

Folglich wenn $D = d$

So ist $V : v = M : m.$

Ist aber $M = m$

So ist $V : v = d : D.$ (§. 106. allg.)

II. Abhandlung.

Von der beschleinigten Bewegung.

§. 20. Eine beschleinigte Bewegung nennen wir es, wenn sich die Geschwindigkeit des Körpers immerzu vermehret, und folglich der Körper in gleichlangen Zeiten immer längere Räume hinter sich läßt.

§. 21. Eine gleichförmig beschleinigte Bewegung heisset es, wenn in gleichen Zeiten die Räume um gleichviel zunehmen. Wenn also z. B. ein Körper in der

der ersten Secunde 2′ Schuh, in der zweyten 4, in der dritten 6 hinter sich ließ, nämlich in jeder Secunde um 2′ Schuh mehrer, wäre seine Bewegung gleichförmig beschleiniget. Dahero in dieser Bewegung jederzeit $t : T : = c : C$.

§. 22. Anmerkung. Ich habe es schon in meiner Algebra (§. 78.) angemerkt, das ein Körper, wenn er von einer Höhe frey herabfällt, 1. seine Geschwindigkeit immerzu vermehre; 2. das er in einer Secunde vom Anfange seines Falls einen Raum von 15 Schuhen hinter sich lasse. 3. Das er in der zweyten Secunde dreymal so viel, in der dritten fünfmal so viel ꝛc. als in der ersten mache, und also die Räume wie die ungeraden Zahlen 1. 3. 5. 7. 9. ꝛc. in arithmetischer Proportion fortwachsen.

§. 23. Wenn wir nun aber diese Räume vom Anfange des Falls jederzeit zusammensetzen, werden sich die Summen untereinander, wie die Quadrate der correspondirenden Zeiten verhalten.

Es falle z. B. der Körper A (II. Fig.) innerhalb 4″ Secunden aus A in B frey herab, und komme in der ersten Secunde von A bis 1, so wird er in der zweyten Secunde von 1. bis 3. fallen. Es ist aber $1 + 3 = 4$, welches eben das Quadrat von 2. ist. In der dritten Secunde wird er aus 3. bis 5. herabkommen:

setzen

setzen wir nun zu diesen 5. die vorigen 4. Räume, so haben wir $4 + 5 = 9$. welches wieder das Quadrat von 3. oder der dritten Secunde ist. u. s. f. Es verhalten sich also die vom Anfange summirten Räume wie die Quadrate der correspondirenden Zeiten.

§. 24. Um dieß begreiflicher zu machen, wollen wir uns einer geometrischen Vorstellung bedienen.

Weil wir die Geschwindigkeit sowohl als die Zeit durch Linien ausdrucken können (§. 2.) und in der gleichförmigen Bewegung $t : T = c : C$ ist, so können wir auch die beschleinigte Bewegung durch ein Dreyeck ABC (III. Fig.) vorstellen, in welchem AB der Cathetus eine in unendlich kleine Theile B*d*, *df*, *fh* ꝛc. getheilte Secunde, die mit der Grund-Linie A*c* aber parallel-laufenden Linien *de*, *fg*, *hi* ꝛc. die immer zunehmende Geschwindigkeiten bedeuten.

§. 25. Weil wir überdas in einem unendlich kleinen Raume (für welchen wir das Dreyeck B*de*, oder auch ABC annehmen) die obschon beschleinigte Bewegung für gleichförmig ansehen können,

und $Bd : de = Bf : fg = Bh : hi$ ꝛc. ist,

So ist auch $Bd : Bf = de : fg$ ꝛc.

Das ist $t : T = c : C$

und folglich hat der geometrische Ausdruck seinen Grund.

§. 26.

§. 26. Um also geometrisch zu erweisen, daß, wenn wir die Räume vom Anfange des Falles jederzeit zusammensetzen, sich die Summen wie die Quadrate der Zeiten verhalten, dörfen wir nur die (IV. Fig.) vor uns nehmen.

§. 27. Es bedeute im Dreyecke ABC (IV. Fig.) AB eine Zeit von 5″. BC bedeute die Geschwindigkeit die der Körper am Ende des Falles erlanget, so wird das Dreyecke A 1 *d* den Raum bestimmen, den der Körper in der ersten Secunde zurück geleget, und A 2 *e* wird den Raum für 2″, A 3 *f* für 3″, A 4 G für 4″, und endlich A 5 C den Raum für 5″ bestimmen. Man sieht aber mit Augen, das der Raum der zweyten Secunde, nämlich 1 *d* 2 *e* drey solche Dreyecke enthalte, derer jedes dem Dreyeck A 1 *d* gleich ist. u. s. f. Man darf also nur die Zahl dieser Dreyecke für jede Secunde in Sonderheit abzählen, so wird man wahrnehmen, das die Räume wie die Zahlen 1. 3. 5. 7. 9. ꝛc. zunehmen, und die Summen davon sich wie die Quadrate der Zeiten verhalten. Dahero wenn wir die Zeiten t und T, die Geschwindigkeiten c und C, die Räume s und S nennen.

So wird $s : S = t^2 : T^2$

und weil $c : C = t : T$

$s : S = c^2 : C^2$ seyn.

§. 28.

§. 28. Hieraus ziehen wir einen für unsre Absicht sehr wichtigen **Lehrsatz**: **Wenn ein Körper schon gleich im Anfange seines Falles jene Geschwindigkeit hätte, die er am Ende hat, würde er in der nämlichen Zeit durch eine gleichförmige Bewegung eben zweymal so weit kommen, als er so gekommen ist.**

Beweiß. Es bedeute (Fig. III.) AC = B*m* die Geschwindigkeit, die der fallende Körper am Ende der ersten Secunde durch dem Fall erlanget.

Wenn nun dieser Körper seine Bewegung schon gleich mit der Geschwindigkeit = AC = B*m* angefangen, und gleichförmig fortgesetzet hätte, verhielten sich die Geschwindigkeiten, wehrender Zeit des Falls, wie die Linien B*m*, *dn*, *fo*, *hp* ꝛc. und würde endlich der ganze durchloffene Raum durch das Parallelogramm B*m* AC müssen ausgedruckt werden. Es ist aber dies Parallelogramm doppelt so groß, als das Dreyecke ABC wodurch wir den Raum ausgedrucket, den der Körper in Zeit von 1″ durch die beschleinigte Bewegung hinter sich gelassen. Folglich ꝛc. w. z. E.

I. Ab-

III. Abhandlung.

Von der Gehemmten Bewegung.

§. 29. Eine gehemmte Bewegung nennen wir es, wenn die Geschwindigkeit des Körpers immer abnimmet, und folglich der Körper in gleich langen Zeiten immer kürzere Räume hinter sich läßt.

Nehmen die durchloffenen Räume in gleichen Zeiten gleich viel ab, wird es eine gleichförmig gehemmte Bewegung seyn.

Eine solche Bewegung nun hat jeder Körper der durch was immer für eine Kraft senkrecht, oder schief in die Höhe getrieben wird.

§. 30. Die Gesätze dieser Bewegung sind fast die nämlichen; denn I. Machet ein Körper mit der immer abnehmenden Geschwindigkeit nur den halben Raum, den er mit dieser Geschwindigkeit, wenn sie immer die nämliche geblieben wäre, durch eine gleichförmige Bewegung in der nämlichen Zeit würde gemacht haben.

II.

II. Nehmen bey dieser Bewegung die Räume in arithmetischer Proportion, aber in verkehrter Ordnung, nach den ungleichen Zahlen ab, wie 9. 7. 5. 3 1.

Wir wollen nur die vierte Figur wieder hernehmen. Wenn die Geschwindigkeit B C, die der Körper im Anfang seines aufsteigens hat, nicht abnähme, würde er in der ersten Secunde einen Raum hinter sich legen, den wir durch das Parallelogramm B C V 4 ausdrucken könnten, und der also 10 kleine Dreyecke in sich enthält.

Weil aber die Schwere, die in gleicher Zeit immer gleiche Wirkungen hervorbringet, sich der Bewegung widersetzet, und den Körper zur Erde drücket, wird seine Geschwindigkeit um einen Grad gehemmet, und der Raum um einen dieser Hemmung correspondirenden Theil kürzer werden, den wir durch das Dreyeck G V C ausdrücken. Wird also der Raum der ersten Zeit nicht mehr durch 10, sondern nur durch neun Dreyecke, die das Trapez B C g 4 in sich begreifet, können vorgestellt werden. u. s. f.

III. Weil die Geschwindigkeit eines in die Höhe getriebenen Körpers immerzu abnihmt, fänget er zu fallen an, so bald ihn die Schwere des lezten grades

seiner Geschwindigkeit beraubet, und die Zeit seines Aufsteigens ist der Zeit seines Falles jederzeit gleich: und wenn ein Körper in der nämlichen Zeit wieder so hoch hinaufsteigen sollte, als er herab gefallen ist, muß die Geschwindigkeit im Anfange seines Aufsteigens eben die nämliche seyn, die sie am Ende seines Falles war.

Etwelche Aufgaben von der beschleinigten Bewegung der Körper.

§. 31. I. Aufgabe. Ein Körper fällt in der gegebenen Zeit t von einer gegebenen Höhe a: man soll die Höhe oder den Raum x bestimmen den der Körper im ersten Theilgen dieser Zeit gemacht.

Auflößung. Es sey die gegebne Zeit $= t$
die Höhe $= a$
der gesuchte Raum $= x$

Weil sich nun die Räume wie die Quadrate der Zeiten verhalten, so wird das Quadrat der ersten Zeit (1) sich zum Raume x verhalten, wir das Quadrat der gegebnen Zeit (t^2) zum gegebnen Raume (a).

Dahero $1 : x = t^2 : a$
Und $a = t^2 x$

Folglich

Folglich $\frac{a}{t^2} = x$

Das ist: Man dividire die gegebne Höhe durch das Quadrat der gegebnen Zeit, so wird der quotient den der ersten Zeit correspondirenden Raum geben.

Beyspiel. Es sey die gegebne Zeit $t = 4''$.
Die Höhe $a = 240'$.

So ist $\frac{a}{t^2} = \frac{240}{16} = 15 = x$ dahero wird der Körper in der ersten Secunde einen Raum von 15' Schuhen hinter sich legen.

Will man nun auch den Raum für die übrigen Secunden haben, darf man nur die gegebne Höhe a durch die ungleichen Zahlen 3. 5. 7. 9. ꝛc. nach und nach multipliciren, und die Producte jederzeit durch t^2 dividiren. So ist z. B. der Raum für die zwey Secunde

$$= \frac{3a}{t^2} = \frac{720}{16} = 45'.$$

für die dritte Secunde $= \frac{5a}{t^2} = \frac{1200}{16} = 75'.$

für die Vierte $= \frac{7a}{t^2} = \frac{1680}{16} = 105'$ rc.

Es werden aber diese Räume noch weit leichter gefunden, wenn man ohne weiters nur das für die erste Secunde gefundene x durch die ungleichen Zahlen, nach derer Verhältniß diese Räume wachsen, multiplicirt. So ist z. B. der Raum

für die erste Secund	$= x$		$= 15$
für die zweyte Secunde	$= 3x$	$= 3 \times 15$	$= 45$
für die Dritte	$= 5x$	$= 5 \times 15$	$= 75$
für die Vierte	$= 7x$	$= 7 \times 15$	$= 105$ rc.
		derer Summe	$= 240'$

die gegebene Höhe a ist.

§. 32. II. **Aufgabe.** *Aus der gegebenen Zeit t, in welcher der Körper den Raum s durchläuft, die Zeit x finden, in welcher eben dieser Körper einen anderen bestimmten Raum S hinter sich legen würde.*

Auflösung. Weil sich in der beschleinigten Bewegung die Räume wie die Quadrate der correspondirenden Zeiten verhalten, so haben wir folgende Proportion:

$$s : t^2 = S : x^2$$

daher
$$x^2 = \frac{t^2 S}{s}$$

Und also
$$x = \sqrt{\frac{t^2 S}{s}}$$

Beyspiel. Es falle ein Körper in der Zeit $t = 2''$ durch den Raum $s = 68'$ Schuh, wie lang, oder wie viel Zeit $= x$ wird er brauchen um einen Raum von 153' Schuhen hinter sich zu legen? Dieß x nun zu bestimmen dörfen wir nur unsre eben gefundene Formel hernehmen.

$$x = \sqrt{\frac{t^2 S}{s}} = \sqrt{\frac{153 \times 4}{68}} = \sqrt{\frac{612}{68}} = \sqrt{9} = 3''.$$

Er wird also in 3'' Secunden den bestimmten Raum von 153' Schuhen durchlaufen.

§. 33. III. **Aufgabe.** Aus der gegebenen Zeit t und dem Raumen s einen andern Raum x bestimmen, den der Körper in einer anderen gegebnen Zeit T durchlaufen würde.

Auflösung. Weil in der gleichförmig beschleinigten Bewegung die Räume sich wie die Quadrate

der correspondirenden Zeiten verhalten, so haben wir folgende Proportion.

$$s : t^2 = x : T^2$$

Dahero $$x = \frac{sT^2}{t^2}$$

Beyspiel. Es falle ein Körper
innerhalb der Zeit $t = 2''$
durch den Raum $s = 68'$ Schuh
Was wird er in der Zeit $T = 3''$
für einen Raum x beschreiben?

Diese Frage aufzulösen dörfen wir nur unsre eben gefundene Formel hernehmen, und für die Buchstaben die bestimmten Zahlen substituiren, so:

$$x = \frac{sT^2}{t^2} = \frac{68 \times 9}{4} = \frac{612}{4} = 153'.$$

wird also der Körper in der bestimmten Zeit T von $3''$ Secunden einen Raum von $153'$ Schuhen durchlaufen.

II. Abschnitt.

Von der zusammengesetzten Bewegung.

I. Abhandlung.

Allgemeine Begriffe.

§. 34. Eine zusammgesetzte Bewegung wird die jenige genennt, die aus mehr zugleich wirkenden Kräften entspringet, welche aber nicht schnurgerade in ihrer Direction entgegen gesetzt sind.

§. 35. Wenn diese zugleich wirkende Kräfte einander gleich sind, wird die zusammgesetzte Bewegung die daraus entspringt, eine gleichförmige Bewegung heissen. Wenn sie aber schon im Anfang der Bewegung ungleich sind, oder wehrender Bewegung ungleich werden, kann daraus eine beschleinigte, oder eine gehemmte Bewegung entspringen.

§. 36. Die zugleich wirkende Kräfte werden durch Linien vorgestellt, die einen Winkel miteinander ma-

chen. Durch die Lage der Linien wird die Direction, oder der Weeg nach welchen jede treibende Kraft insonderheit den Körper fortjaget, durch ihre Länge aber wird der Grad des Gewalts, mit der die Kraft den Körper forttreibet, und seine Geschwindigkeit bestimmet.

Solche Kräfte bedeuten z. B. die Linien B A und *c* A, (V. Fig.) die zugleich in den Körper A wirken. Die Kraft B A will den Körper A und zwar mit grösserer Geschwindigkeit, nach A *e*, als die Kraft *c* A nach A *d* fortgetrieben wissen.

Wenn nun der Körper sich nach beyden richten muß, erwählet er den Mittelweeg, und durchläuft die Diagonal A *f* in der nämlichen Zeit in welcher er durch die einzige Kraft B die Linie A *e*, oder durch die einzele Kraft *c* fortgetrieben die Linie A *d* würde beschrieben haben.

§. 37. Es drücket also die Diagonal A *f* sowohl den Weeg oder die Direction, als die Geschwindigkeit des Körpers aus, der eine aus den Kräften B A und *c* A zusammgesetzte Bewegung hat: und verhält sich demnach eines so bewegten Körpers Geschwindigkeit zur Geschwindigkeit, die von einer einzelen Kraft z. B. von *c* A oder B A in sonderheit herkämm, wie die Diagonal A *f* zur Seite *c* A oder zur Seite B A in sonderheit.

Bey-

Beyspiel. Es werde der Körper A (VI. Fig.) so durch eine Kraft nach der Direction AB fortgetrieben, das er in Zeit einer Secunde 4' Schuhe gleichförmig durchlaufen würde. Er werde aber zugleich auch nach der Direction AC so gestossen, das er wieder in einer Secunde 3' Schuhe hinter sich legen würde, so wird der Körper nach der Direction der Diagonal-Linie AD mit einer solchen Geschwindigkeit fortlaufen, das er in einer Secunde 5' Schuhe durchlaufe.

Denn weil $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AD}^2$ (§. Geom. IV.
Das ist $16 + 9 = 25$ (Abh. §. 345.)
So ist $AD = \sqrt{AB^2 + AC^2}$
Das ist $AD = \sqrt{25} = 5$. w. z. e.

Es verhält sich also die Geschwindigkeit von AC zur Geschwindigkeit von AD wie AC zu AD = 3 : 5.

Und die Geschwindigkeit von AB zur Geschwindigkeit von AD wie AB zu AD = 4 : 5.

§. 38. **Anmerkung.** Man sieht also von sich selbst, das die Geschwindigkeit der zusammgesetzten Bewegung grösser, als der einfachen sey, wenn die Directionen der forttreibenden Kräfte einen rechten, oder einen scharfen, oder auch einen stumpfen Winkel, der aber doch weniger als 120° hält, mit einander ausmachen; denn, wenn der

Winkl grösser als 120°, wird man finden, das die Diagonal insgemein kleiner, als die Seiten des Parallelogramms, seyn werde, wie in der VI. Fig. N. 2. AD ja viel kleiner, als jede Seite des Parallelogramms ist.

II. Abhandlung.

Von der Parabolischen Bewegung in Sonderheit.

§. 39. Vorerinnerung. Aus allen zusammgesetzten Bewegungen verdienet besonders die Parabolische unsere Aufmerksamkeit, weil sich die ganze Kunst Bomben zu werfen hauptsächlich auf die Gesätze dieser Bewegung, und auf die Eigenschaften der Parabel gründet, die ich schon im Anhange zur Geometrie meines Theoretischen Theils, so viel eben hieher nöthig ist, erkläret habe.

§. 40. Es entspringet also die parabolische Bewegung aus zwoen in den Körper zu gleicher Zeit, aber ungleich wirkenden Kräften, derer eine von der Schwere, die andere von einer äusserlichen Gewalt, z. B. von einem Stoße, verursachet wird. Jene treibet den Körper nach den Gesätzen der beschleinigt-oder ge-

hemm-

hemmten, diese nach den Gesätzen der Gleichförmigen Bewegung zu gleicher Zeit fort.

§. 41. **Lehrsatz.** Ein jeder Körper, der nach einer mit dem Horizonte schief, oder parallel-laufenden Directions-Linie AB (VII. Fig.) geworfen wird, beschreibt in seiner Bewegung eine Parabl.

Beweiß. Da der Körper A gegen B geworfen wird, wenn er nicht zugleich von seiner Schwere gegen *d* gedrückt würde, wäre seine Bewegung gleichförmig, und würde er z. B. in der ersten Secunde bis in 1, in der zweyten bis in 2, in der dritten bis in 3 gelangen, weil in der gleichförmigen Bewegung $s : S = t : T$. ist. (§. 14.)

Nun drücket ihn aber zugleich seine Schwere nach den Gesätzen der beschleinigten Bewegung in der ersten Secunde von A bis in *b*, in der zweyten bis in *c*, in der dritten bis in *d*, weil sich diese Räume wie die ungleichen Zahlen 1. 3. 5. verhalten. Seine Bewegung ist also eine aus der gleichförmigen nach der Direction AB, und aus der beschleinigten nach der Direction A*d* zusammengesetzte Bewegung. Er wird dahero in der ersten Secunde die Diagonal A*m*, in der zweyten die Diagonal *mn*, und in der dritten die

Dia-

Diagonal np beschreiben. Das ist, er wird, wenn wir diese Diagonalen für unendlich klein annehmen, die krumme Linie A mnp beschreiben; und wir haben jetzt nur noch zu erweisen, das diese Linie eine Parabel sey.

Eine Parabel ist, in der sich die Abscissen Ab, Ac, Ad gegeneinander verhalten, wie die Quadrate der Semiordinaten bm, cn, dp. Nun haben wir erwiesen, das sich die Räume A 1, A 2, A 3, wie die Zeiten 1. 2. 3. die Räume Ab, Ac, Ad aber, weil sie mit beschleinigter Bewegung durchloffen werden, sich wie die Quadrate der Zeiten 1. 2. 3. verhalten, daß ist, wie 1. 4. 9.

Wenn wir nun statt A 1, A 2, A 3 die Semiordinaten bm, cn, dp, die ihnen gleich sind, substituiren, haben wir folgende Proportionen:

$$Ab : Ac = \overline{bm}^2 : \overline{cn}^2$$

Und $Ac : Ad = \overline{cn}^2 : \overline{dp}^2$ u. s. f.

Das ist $x : v = y^2 : z^2$ welches eine Anquation zur Parabel ist. (§. 262. Geom.)

Man sieht von sich selbst, das in dieser halben Parabel Ad die Achse, Ab, Ac, Ad rc. die Abscissen,

scissen, bm, cn, dp die halben Ordinaten, AB endlich die Tangente der Parabl sey.

§. 42. Jetzt wollen wir den Körper nach einer mit dem Horizonte BT (Fig. VIII.) schieflaufenden Directions-Linie BS so werfen, das er in der nämlichen Zeit von 1″ in welcher er $\frac{1}{4}$ der Linie Ap, das ist, Af, würde durchloffen haben, jetzt $\frac{1}{4}$ der schiefen Linie $BS = BF$ durchlaufe, so wird der Körper in diesem Falle innerhalb 4″ Secunden die ganze Parabl BMCNT beschreiben.

Beweis. Am Ende der ersten Secunde, würde der Körper sich in F befinden, wenn ihn nicht seine Schwere durch $FM = \frac{AB}{4}$ bis in M herabdrückte. Folglich ist M ein Punct der Parabl. In der zweyten Secunde würde der Körper gleichförmig nach der Direction BS sich zu bewegen fortfahren, und bis in R gelangen, das ist, einen dem vorigen BF gleichen Raum FR durchlaufen; weil ihn aber seine Schwere um den ganzen Raum $AB = 4\ AG = 4\ FM$ herab drückt, wird er sich am Ende der zweyten Secunde in c befinden: denn es ist $Rc = AB$. Folglich wird c wieder ein Punct der Parabl, und zwar der Scheitlpunct seyn. In der dritten Secunde, würde der Körper kraft seiner gleichförmigen Bewegung in K anlangen, wenn ihn

nicht

nicht seine Schwere um 9 F M, = K N bis in N herabdrückte: so wird sich also der Punct N unsrer Parabl unter der Horizontal-Linie A *p*, die durch den Punct *c* läuft, und auf *c* D senkrecht stehet, befinden, und hiemit *c* der Scheitlpunct der Parabel seyn.

Das aber K N = 9 F M sey, wird so erwiesen. In den ähnlichen Dreyecken F R *c* und F K *v*

Ist F K : F R = K *v* : R *c*

Nun ist F K = 2 F R folglich K *v* = 2 R *c*

Ueberdas ist R C = A B

A B = 4 F M

Dahero R C = 4 F M.

Es ist aber K *v* = 2 R C

Folglich K *v* = 8 F M

Nun ist F M = *v* N

Dahero K *v* + *v* N = 8 F M + M F = 9 F M.

Das ist K N = 9 F M. w. z. E.

Am Ende der vierten Secunde endlich würde der Körper durch seine gleichförmige Bewegung in S kommen, wenn ihn nicht seine Schwere um 16 F M = S T bis in T herabdrückte. Es wird also der Punct T des Horizonts B T die weite des Wurfes, oder der ganzen Parabl bestimmen.

Daß

Daß aber $ST = 16\ FM$ sey, ist leicht erweißlich, wenn man nur bedenket, das

$SP = 3\,RC$ sey
Und $PT = AB$

Nun ist $3\,RC = 12\,FM$
Und $AB = 4\,FM$
Dahero $SP + PT = 12\,FM + 4\,FM = 16\,FM$.

§. 43. Das AMD eine halbe Parabel sey, haben wir in dem vorigen Lehrsatze erwiesen; dahero wird es nicht mehr schwer seyn zu erweisen das BCT eine ganze Parabl sey, die unser Körper in 4'' Secunden beschrieben: denn,

weil $ME = GM$
$CE = AG$
$CD = AB$

weil über das $\overline{GM}^2 : \overline{BD}^2 = AG : AB$

So ist auch $\overline{ME}^2 : \overline{BD}^2 = AG : AB$ dahero BMC eine halbe Parabl.

Eben so wird erwiesen, daß *CNT* die andere Hälfte, und hiemit *BMCNT* eine ganze Parabel sey.

§. 44.

§. 44. **Aufgabe.** Die Höhe x finden, von welcher ein Körper frey herabfallen müßte, um am Ende seines Falles eine Geschwindigkeit zu haben, Kraft welcher er **durch gleichförmige Bewegung** eine gegebene Linie *A B* in der nämlichen Zeit durchlaufen würde, in welcher Zeit er eine andere Linie *A* G durch die **beschleunigte Bewegung** beschreiben würde. (Fig. IX.)

Bevor ich diese Aufgabe auflöse habe ich nur ein oder die andere Anmerkung, Deutlichkeit halber, voraus zu schicken.

§. 45. I. **Anmerkung.** Man kann aus der blossen Betrachtung der vorhergehenden Figur gar leicht begreifen, daß, wenn die Directionslinie einer Bombe einmal bestimmet ist, die Weite B T um soviel grösser seyn werde, je grösser die Geschwindigkeit ist, mit welcher die Bombe fortgetrieben wird; denn wenn selbe schon gleich in der ersten Secunde die ganze Linie B S (VIII. Fig.) durchlaufen könnte, so würde die Parabel bis zum Punct o kommen, und gar wenig von einer geraden Linie unterschieden seyn. Es treibt also ein Mörser, der nach einer gewissen Inclination gerichtet ist, die Bombe um so viel weiter, je grösser die Geschwindigkeit ist, die ihr die forttreibende Kraft mittheilet. Die forttreibende Kraft aber kömmt hauptsächlich von der Entzündung des Pulvers her, und die Stärke dieses Triebes ist schwer zu bestimmen.

men. Sie richtet sich nach der Beschaffenheit, und Menge des Pulvers, und zwar nicht überhaupt desjenigen, welches zur Ladung genommen wird, nein: sondern desjenigen, welches wirklich entzündet wird, ehe die Bombe den Mörser verlassen. Man darf nicht glauben, daß bey so großen Ladungen die Entzündung, die nur nach und nach geschieht, sich überall ausbreite, ehe die Bombe fortgetrieben wird: die Erfahrung hat geschickte Artilleristen längstens gelehret, daß dabey jederzeit ein grosser Theil des Pulvers völlig und ohne Wirkung verlohren gehe. Es ist demnach eine von den Grössen, derer Kenntniß vor allen, als ein weesentliches Stück, erfordert wird, um die Bewegung einer Bombe recht und sicher zu beurtheilen, noch vielen Veränderungen unterworfen.

Maltus ein Engelländer soll der erste gewesen seyn, der um das Jahre 1634 die Kunst Bomben zu werfen bloß von der Erfahrung hergeleitet. Er wuste, wie uns Bion versicheret, von der Parabl kein Wort.

Galiläus wars, der die Geschwindigkeit eines geworfenen Körpers richtiger zu bestimmen, auf andere Gedanken gerathen. Er suchte die Höhe, von welcher der Körper z. B. eine Bombe, herabfallen müßte, um jenen Grad der Geschwindigkeit zu erlangen, mit der sie nach Maaß des entzündeten Pulvers aus dem Mörser getrieben wird. Und dieß ist eigentlich die Aufgabe, die wir jetzt gleich auflösen wollen.

l §. 46.

§. 46. II. Anmerkuug. Weil in der beschleinigten Bewegung

$$C : c = T : t$$

Und $$S : s = T^2 : t^2$$

So ist $$C : c = \sqrt{S} : \sqrt{s} \quad (\S.\ 27.)$$

Das ist: wir können die Geschwindigkeiten der fallenden Körper durch die Wurzeln der Räume ausdrucken, die sie in ihrer beschleinigten Bewegung durchloffen haben.

Es falle z. B. ein Körper in der Zeit T durch eine Linie A G herab, so wird der Ausdruck seiner am Ende des Falles erlangten Geschwindigkeit $\sqrt{AG}$ seyn.

§. 47. III. Anmerkung. Mit eben dieser Geschwindigkeit $= \sqrt{AG}$, die der Körper in der Zeit T, da er durch A G herabgefallen, erlanget, würde er mit gleichförmiger Bewegung eben diesen Raum A G in der halben Zeit $= \frac{T}{2}$ hinter sich legen. (§. 28.)

Nun haben wir alles vorausgeschicket, was zur Auflößung unsrer Aufgabe nöthig war.

§. 48. Auflößung der vorhergehender Aufgabe

gabe für den Fall, in welchem die Directions-Linie AB mit dem Horizonte GE parallel läuft. (IX. Fig.)

1. Man verfertige das Parallelogramm ABGE.

2. Theile man AB in zween gleiche Theile in D.

3. Man ziehe die Linie GD und richte auf den Puncte D die Perpendicular-Linie DC auf, so wird dieser die verlängerte Linie GA in dem Punct C schneiden, und AC die gesuchte Höhe seyn.

Beweis. Es sey Kürze halber $AG = a$
$AD = b$
$AC = x$

Es falle der Körper in einer gewissen Zeit T aus A in G, so ist seine am Ende des Falles erlangte Geschwindigkeit $= \sqrt{AG} = \sqrt{a}$

Er würde also mit eben dieser Geschwindigkeit $\sqrt{a}$ durch eine gleichförmige Bewegung eben diesen Raum AG in der Hälfte der vorigen Zeit, oder in $\frac{T}{2}$ durchwanderen.

Die Geschwindigkeit aber, die er am Ende des Falles durch die Gesuchte Höhe x erlangt, wird $= \sqrt{x}$

 seyn.

seyn. So haben wir nun folgende Proportion der Räume

sammt ihren corre-	$a : b$	$= \sqrt{a} : \sqrt{x}$
spond. Zeiten.	$T : \frac{T}{2}$	$T : \frac{T}{2}$

Dahero $a\sqrt{x} = b\sqrt{a}$. wenn wir nun beyde Glieder quadrieren, so haben wir folgende

Aequation $a^2 x = b^2 a$

Dahero $x = \frac{b^2 a}{a^2}$

Das ist $x = \frac{b^2}{a}$ welches eben so viel heisset, als: die gesuchte Höhe ist jederzeit die dritte Proportionalgrösse oder Linie zu den gegebenen Linien AG und AD.

Es ist demnach AC die gesuchte Höhe. w. z. e.

Weil nun der Körper in $\frac{T}{2}$ mit der Geschwindigkeit $= \sqrt{x}$ den Raum AD hinter sich legt, wird er in T 2AD = AB die ganze Linie durchlaufen.

§. 49. Auflößung der nämlichen Aufgabe für den Fall, in welchem die Directions-Linie GB mit

dem

dem Horizonte Gf (X. Fig.) einen schiefen Winkel macht.

Es sey $AG = a$
$GD = d$
Die gesuchte Höhe $= y$.

So ist, wie zuvor $a : d = \surd a : \surd y$
Dahero $a \surd y = d \surd a$
Folglich $a^2 y = d^2 a$
Und endlich $y = \frac{d^2 a}{a^2}$
Oder $y = \frac{d^2}{a}$

Das ist: Die gesuchte Höhe y ist jederzeit die dritte Proportional grösse zu AG und GD. (Geom. §. 34. II.)

Es ist aber $AG : GD = GD : GC$

Folglich ist GC die gesuchte Höhe y.

Weil nun der Körper mit der Geschwindigkeit $\surd y$ in $\frac{T}{2}$ den Raum GD beschreibt, wird er mit eben dieser Geschwindigkeit in der ganzen Zeit T einen doppelt so grossen Raum $= 2\,GD = GB$ beschreiben,

nämlich in eben der Zeit T, in welcher er A G durch eine beschleinigte Bewegung beschreiben würde.

Dahero würde er in einer Zeit = 2 T, 4 G D beschreiben, in welcher er 4 A G durch den Fall beschreiben würde; denn in der beschleinigten Bewegung ist $S : s = T^2 : t^2$. (§. 27.)

§. 50. In unserer 10ten Figur wird A D im ersten Falle, im zweyten G B die Directions- oder Wurf-Linie: E *f*, oder B *f* die Linie des Falles, G *f* die weite des Wurfes oder der Parabel, und endlich die gefundenen Linien C A oder C G die Höhenlinien genennet.

§. 51. **Lehrsatz.** Der Parameter einer jeden Parabel ist viermal so groß, als seine Höhen-Linie.

Beweiß. In unsrer XIten Figur ist A G die Abscisse, A D = G *m* die halbe Semiordinate. Nun haben wir aus den Eigenschaften der Parabel (§. 261. n. IX. Theor.)

$$x : \frac{y}{2} = \frac{y}{2} : \frac{a}{4}.$$

Nun ist A G : AD = A D : A C (§. 34. n. 1. Theor.)

Dahero $AC = \frac{a}{4}$. w. z. e.

§. 52.

§. 52. Hieraus folget 1. das die Linien Ap und GS tangenten der Parabel AMENT seyn.

2. Das die unbestimmte Linie Co, die auf GC senkrecht steht, die Leit-Linie der Parabel sey.

3. Das ST = 4 AG

Denn es ist AG = Dm.

Es ist aber	Dm : ST = GD : GS	
Folglich	AG : ST = GD : GS	
Nun ist	GD : GS = 1 : 4	
Also auch	AG : ST = 1 : 4	
Dahero	ST = 4 AG.	

4. Das die weite des Wurfes = 4 AD, oder 4 Gm sey.

5. Das Ef die Achse der Parabl = AG sey, und folglich die ganze Höhen-Linie GC gleich sey der Summe aus der Achse Ef und dem vierten Theile des Parameters der Parabel.

§. 53. Man sieht ohne meine Erinnerung von sich selbst das in jeder Parabel die ein geworfener Körper beschreibt, der Parameter MG, (XII. Fig.) die Directions-Linie GE, und die Linie des Falles EF untereinander in Proportion stehen; denn wir ha-

ben jederzeit $MG : GE = GE : AG$

Es ist aber $AG = EF$

Dahero $MG : GE = GE : EF.$

Eben so ist $MG : Ge = Ge : aG = eF.$

Anmerkung. Weil der nämliche Parameter MG zu verschiedenen Linien des Falles die dritte Porportional-Linie seyn kann, so folget, das, wenn der Parameter immer einerley verbleibet; auch die forttreibende Kraft, die der Körper zur Beschreibung aller Parabeln nach verschiedenen Directions-Linien, wie GE, G*e* ꝛc. nöthig hat, immer die nämliche verbleibe; weil sie bey jeder diejenige ist, die der Körper würde erlanget haben, wenn er durch den vierten Theil des nämlichen Parameters MG mit beschleinigter Bewegung herabgefallen wäre.

§. 54. Aufgabe. Es sey GE (XIII. Fig.) die Directions-Linie, GF die weite der Parabl, EF die Linie des Falles. Man soll aus den gegebenen Winkeln n und p sammt der Linie GF 1. den Parameter MG, 2. die Directions-Linie GE und 3. die Linie des Falles EF finden.

Auflösung. Weil der Winkl $n = s$ (Wechselwinkel,) so sind in dem Dreyecke GEF die Seite GF sammt den Winkeln s und p bekannt, man kann also

die

die Directions-Linie GE sowohl als die Linie des Falles finden; denn ich kann so folgern:

$$\begin{aligned} \text{Sin. } s : \text{Sin. } r &= GF : GE \\ \text{Sin. } s : \text{Sin. } p &= GF : EF \end{aligned} \quad \text{(Trig. §. 234.)}$$

Weil überdas $EF : EG = EG : MG$ (§. 53.)

Darf man nur zur gefundnen Linie des Falles, und zur Directions-Linie die dritte Proportional-Linie suchen; diese wird der gesuchte Parameter seyn.

§. 55. Wenn man demnach eine Bombe unter was immer für einem bekannten Winkel geworfen, und die Entfernung des Ortes vom Mörser gemessen, kann man den Parameter aller Parabeln bestimmen, welche die Bombe unter was immer für anderen Winkeln beschreiben wird, wenn nur die Ladung, oder vielmehr die forttreibende Kraft, allzeit die nämliche bleibt.

§. 56. **Aufgabe.** Den Winkel finden, unter welchem man eine Bombe werfen müsse, um damit ein bestimmtes Ziel, oder Weite zu erreichen.

§. 57. **Anmerkung.** Dreyerley Fälle können sich bey dieser Aufgabe ereignen; denn entweder steht das bestimmte Ziel in gleicher Höhe mit dem Walle, oder der sogenannten Batterie, das ist, mit dem Orte, worauf der Mörser ruhet;

 oder

oder er stehet **höher**, oder er stehet **niederer**. Für alle drey Fälle müssen wir die Aufgabe auflösen.

§. 58. **Auflösung für den ersten Fall**, wo das bestimmte Ziel H (XIV. Fig.) mit dem Mörser M in gleicher Höhe, oder auf der nämlichen Horizontal-Linie stehet.

1. Man richte auf MH den schon zuvor (§. 54.) gefundenen Parameter PM senkrecht auf, und theile ihn in dem Puncte C in zween gleiche Theile.

2. Aus dem Mittlpunct C, mit der Oefnung CP, oder CM, beschreibe man den halben Zirkel PRM.

3. Aus dem Puncte H ziehe man die mit dem Parameter MP parallellaufende Perpendicular-Linie HD, die den halben Zirkl hier in den Puncten *d* und D durchschneidet.

4. Zieht man nun die Linien MD und M*d* so werden sie die Directions-Linien, und DMH sowohl als *d*MH die gesuchten Winkel seyn, unter denen die geworffene Bombe in den bestimmten Punct H fallen wird.

Beweiß. Wir haben (§. 54.) erwiesen, daß die Directions-Linie jederzeit die mittlere Proportional-Linie zwi-

zwischen dem Parameter, und der Linie des Falles sey, wir dörfen also hier nur erweisen,

Das $PM : MD = MD : DH$,
Und $PM : Md = Md : dH$ sey.

Wenn wir nun die gebrochenen Linien PD und Pd ziehen, so
ist das $\triangle PMD \backsim MDH$
und $\triangle PMd \backsim MdH$

Denn alle diese Dreyecke haben den rechten Winkl r

Und überdas ist der Winkl $s = n$ Wechselwinkl
Dahero $t + v = o + m$ der dritte dem dritten.

Dahero können wir so folgern:
$PM : MD = MD : DH$.

Es ist zweytens in den Dreyecken P Md, MdH
$r = r$ rechte Winkl
$m = t = \frac{1}{2} Md$
folglich $x = s + o$ der dritte dem dritten.

Dahero $PMd \backsim dMH$
wir können also folgern:
$PM : Md = Md : dH$.

Ist also sowohl MD als Md die mittlere Pro-
por-

portional-Linie zwischen dem Parameter PM und der Linie des Falls MD, oder M*d*.

Und hiemit MD und M*d* die gesuchte Directions-Linien, DMH und *d*MH aber die gesuchten Winkel. w. z. e.

§. 59. Es sey nun (XV. Fig.) der Punct H so weit von M entfernet, daß HD den Zirkel nicht durchschneide, sondern nur im Puncte D berühre, so wird wieder MD die gesuchte Directions-Linie, und DMH der gesuchte Winkel seyn.

Beweis. Weil $r = r$ rechte Winkel.
$s = p$ Wechselwinkel.
Und $o = n$ der dritte dem dritten.

So ist das $\triangle$ PMD $\backsim$ $\triangle$ DMH
Dahero PM : MD = MD : DH. w. z. e.

Solte aber *hd* den halben Zirkl weder durchschneiden, noch berühren, so ist die Aufgabe unmöglich, weil es in diesem Falle unmöglich ist, das PM : M*d* = M*d* : *dh* sey.

§. 60. Man sieht in dieser Auflösung von sich selbst

1. Daß,

1. Daß, weil der Bogen PD = M*d* (XIV. Fig.)

und folglich der Winkl $PMD = \frac{PD}{2}$

Und $PMd = \frac{Pd}{2}$.

diese Winkl allzeit kleiner als ein rechter Winkl seyn: dahero man den Mörser, um die Bombe an den Ort H zu werfen, unter was immer für einen über- oder unter 45° gleichweit entfernten Winkel richten kann.

2. Wenn die Linie des Falles den Zirkl nur berühret, (XV. Fig.) (weil sie, wie wir erwiesen, unmöglich ausser den Zirkl fallen kann) wird H die weiteste Entfernung und der Winkel $n = \frac{MKD}{2} = 45°$ seyn;

denn es ist der Winkl $s = n = \frac{MKD}{2}$

$s = p$ Wechselwinkl

Dahero $p = n$

folglich $o = p$

hiemit ist das △ PDM gleichschenklicht, und der Bogen sowohl, als die Senne PD = MD.

So ist denn $\frac{MKD}{2} = n = \frac{90°}{2} = 45°$.

§. 61. Es giebt dahero, wenn die fortreibende Kraft die nämliche bleibt, der Winkel von 45° den weitesten

testen Wurf, und jede zween von 45° gleichweit abstehende Winkel geben gleichweite Würfe.

§. 62. Auflösung der nämlichen Aufgabe für den 2. und 3ten Falle, wo das bestimmte Ziel H (XVI. Fig.) niederer oder (XVII. Figur.) höher als der Mörser M lieget.

1. Man zieh die Horizontal-Linie MN, und richte in dem Puncte M die Perpendicular-Linie PM auf.

2. Diese Linie PM mache man dem schon zuvor durch einen Probwurf gefundenen Parameter gleich. (§. 54.)

3. Richte man in dem Puncte M auf MH die Perpendicular-Linie MC auf, und mache bey P den Winkel $n = o$, und ziehe PC.

4. Wo sich die zwo Linien PC, MC schneiden, nämlich aus dem Puncte C beschreibe man den Zirklbogen PDK*d*M.

5. Wenn man nun durch den Punct H die mit MP parallellaufende Linie H*d*D zieht, werden MD und M*d* die gesuchten Directions-Linien, oder die Elevation des Mörsers für beede Fälle seyn.

Beweis. Weil die Directions-Linie jederzeit die

mittlere Proportional zwischen dem Parameter und der Linie des Falles seyn muß, so wird die Auflösung seine Richtigkeit haben, wenn ich erweise, das hier in beeden Fällen $MP : MD = MD : DH$

Und $MP : Md = Md : dH$ sey.

Nun ist $\triangle PMD \backsim \triangle MDH \backsim MdH$.

Denn, weil MH auf dem Radius CM senkrecht steht, so ist der Winkl $DMH =$ dem Winkel MPD indem sie beede $= \frac{MKD}{2}$ sind.

und $dMH = MPd$ jeder $= \frac{Mvd}{2}$

Ueberdas ist der Winkl $MDH = PMD$ Wechselw.

Und $MdH = PMd$

Dahero ist $PM : MD = MD : DH$.

Und $PM : Md = Md : dH$. w. z. e.

§. 63. Solte in beyden diesen Fällen HD nur eine Tangente des Zirkels werden, wie in XVIII. Figur würde der Winkel $DMH = 45°$, und MD die Directions-Linie für die weiteste Entfernung MH seyn, die man mit der nämlichen Ladung erreichen kann.

Fällt aber dh völlig ausser den Zirkel, so sind die Bedingniße der Aufgabe unmöglich.

Wee-

Weesentlicher Fundamental-Lehrsatz.

§. 64. Wenn wir zwo oder mehr Bomben mit der nämlichen Ladung, aber unter verschiednen Winkeln DBE, und ABC (XX. Fig.) werfen, werden sich die weiten der Würfe oder ihre Hälften, nähmlich BC und BE gegeneinander, wie die Sinus der gedoppelten Elevationswinkeln ABC und DBE verhalten.

Beweis. I. Weil der Winkel $DBE = \frac{GMB}{2}$

So ist GF der Sinus von $2DBE = GMB$

II. Weil der Winkl $ABC = \frac{KMB}{2}$

So ist IK der Sinus von $2ABC = KMB$

Nun ist $BC = 2KI$

Und $BE = 2FG$

Dahero $BC : BE = 2KI : 2FG = KI : FG$.

w. z. e.

§. 65. Hieraus sehen wir wiederum I. daß, wenn die Bombe sowohl als ihre forttreibende Kraft oder Ladung die nämliche bleibt, der Inclinationswinkel von 45° aus allen den weitesten Wurf geben müsse; denn es ist die weite einer jeden Parabel, z. B. 2. BC dem vier-

fachen

fachen Sinus des gedoppelten Inclinationswinkel, nähmlich 4 F G gleich. Nun aber ist der Sinus vom gedoppelten Winkel von 45° = dem Sinus von 90°, welches der Radius, und hiemit der größte Sinus aus allen ist.

§. 66. Dies läßt sich noch deutlicher in der 19ten Figur sehen, in welcher für den Winkel *h* B T die weite des Wurfes = 4 E *h* oder 2 E *d* ist.

Für den Winkel M B T aber, der grösser, und für den Winkl *f* B T der kleiner als 45°, ist die weite des Wurfes nur = 4 L M = 2 L g oder 4 A *f* = 2 A *c*. Man sieht aber von sich selbst, das aus allen Ordinaten, die in dem halben Zirkl mit B T parallel können gezogen werden, E *h* die größte sey.

§. 67. II. Was immer für zween Elevationswinkl, wie M B T und *f* B T die von 45° gleichweit entfernet sind, geben die nämmliche weite des Wurfes.

Erklärung. Es sey der Winkl *f* B T = 30° das ist, um 15° kleiner als 45. Der Winkel M B T aber sey = 60° oder um 15° grösser als 45, so werden unter beyden Winkeln die weiten der Würfe gleich seyn; denn die weite des erstern wird viermal so groß,

m als

als der Sinus von $30^\circ \times 2 = 60^\circ$ seyn; die weite des zweyten aber wird 4 mal so groß, als der Sinus von $60^\circ \times 2 = 120^\circ$ seyn.

Nun ist der Sinus von 120° = dem Sinus von 60° (§. 224. I. Trigon.) folglich sind auch die Weiten einander gleich.

§. 68. Anmerkung. Ob man schon unter jeden zweenen von 45° gleich weit abstehenden Winkeln gleiche Entfernungen der Würfe erhält, ist es darum dennoch in der wirklichen Ausübung nicht gleichgültig, ob man die Bombe unter diesem, oder unter jenem wirft. Nein: ein geschickter Artillerist wird aus beyden denjenigen Elevationswinkel seines Mörsers erwählen, der für sein Vorhaben der tauglichste ist.

Sollen seine Bomben Festungswerker, oder Gebäude über einen Haufen werfen, wird er sich des grösseren Elevationswinkels bedienen, weil er weiß, daß seine Bombe höher steigen, und am Ende ihres Falles desto mehr Kraft und Stärke für diese Absicht haben werde, je höher sie gestiegen.

Sieht er aber, daß, wenn seine Parabeln zu hoch sind, der Feind indessen Zeit gewinne, wehrendem Falle den Drümmern der geborstenen Bombe zu entlaufen, wird er sie wohl unter dem kleineren Elevationswinkel zu werfen

wissen,

wissen, weil ihm aus seiner Theorie bekannt ist, daß seine Bomben, da sie nicht mehr so hoch steigen, viel geschwinder, und dennoch eben so weit fliehen werden.

§. 69. III. Wenn man eine Bombe unter einem Winkel von 15° wirft, wird die Weite die Hälfte des weitesten Wurfes seyn.

Erklärung. Die Weite von 15° verhält sich zur Weite von 45° wie der Sinus von $15 \times 2 = 30°$ zum Sinus von $45 \times 2 = 90°$.

Es ist aber der Sinus von 30° die Hälfte des Sinus von 90°. (Trig. §. 224. V.) rc.

§. 70. Anmerkung. Der berühmte Belidor (in seinem *Bombardier François*) hat sich die Mühe gegeben eine Wurftabelle zu verfertigen, um die Weiten der Parabeln für jede Elevationswinkel von 1° bis 90° zu finden. Man findet darinn eine Menge der genauesten Beobachtungen, welche die Wissenschaft der Artillerie vollkommner zu machen vieles beygetragen.

§. 71. IV. Die Weiten der Parabeln nehmen von 1 bis 45° immer zu, von 45° bis 90° aber nehmen sie wieder in der nämlichen Proportion ab.

§. 72. Aufgabe. Aus der gegebenen Weite AC (XXI. Fig.) ihre Höhe *d m* finden.

Auflös. Weil jede Directionslinie (AB) eine Tangente zur Parabel ist, wird B *d* die Subtangente, und folglich doppelt so groß, als die Abscisse *m d* seyn.

Man kann aber in dem rechtwinklichten Dreyecke A B *d* aus dem bekannten Inclinationswinkel B A *d* und der Seite A *d* die Seite B *d* finden, deren Hälfte die gesuchte Höhe seyn wird.

Beyspiel. Es sey AC = 300°
Der Winkel BAD = 70°
ABD = 20°

So haben wir Sin. 20° : Sin. 70° = $\frac{AC}{2}$: x

Sin. 20°. Log. = 9, 5340
Sin. 70. Log. = 9, 9729
150. Log. = 2, 1760

Summ. = 12, 1489
Rest = 2, 6149
Dahero B *d* = 412° schier.
folglich *d m* = 206.

§. 73. Aufgabe. Aus der gegebenen Höhe einer Parabel die Kraft der Bewegung Q finden, welche eine bestimmte Bombe am Ende ihres Falles haben wird.

Auflösung. Es sey die bekannte Linie des Falles $m\ d$, so ist am Ende des Falles die Geschwindigkeit der Bombe $= \sqrt{m\ d} = C$

Weil nun $Q = M\ C$

Dörfen wir nur die Geschwindigkeit $\sqrt{m\ d}$ durch die bekannte Masse oder Gewichte der Bombe multipliciren, so wird das Product die gesuchte Bewegungskraft Q seyn.

Beyspiel. Es sey $M = 130$

$m\ d = 260$

so ist $\sqrt{m\ d} = 14\frac{1}{3}$

Dahero $M\ C = 130 \times 14\frac{1}{3} = 1863\frac{1}{3}$.

Practische Aufgaben über die Theorie vom Bomben werfen.

§. 74. I. Aufgabe Aus dem gegebenen Elevations-Winkl die weite des Wurfes finden, in der Ebne oder Horizontal-Linie.

Auflöß. 1. Man mache einen Probwurf unter was immer für einem bestimmten und bekannten Winkel = *a*.

2. Messe man, so genau es möglich, die weite dieses Wurfes = *p*.

Man wird die weiten aller Parabelen hieraus leicht für alle andere Winkel bestimmen können, wenn man nur die nämliche Kugel oder Bombe, das ist, das nämliche Gewichte, den nämlichen Caliber, die nämliche Ladung ꝛc. immer beybehält.

Z. B. Man verlanget zu wissen, wie weit die Bombe fallen würde unter einem Winkel von 19°. 20′ = *b* So haben wir folgende Proportion.

$$\text{Sin. } 2a : \text{Sin. } 2b = p : x$$

Wir setzen nun, man habe unter dem bekannten Winkel *a* = 45°, 800° Toises oder französische Ruthen weit geworfen, so ist die Rechnung diese.

$$\text{Sin. } 2a.\ 100000 : \text{Sin. } 2b.\ 62478 = 800 : x$$

$$\text{Lgo } 10.00000 : \text{Log. } 9.79573 = \text{Log. } 2.90309 : (2.69882$$

$$\begin{array}{r} + \ 2.90309 \\ \hline 12.69882 \\ \hline -10.00000 \\ \hline 2.62869 \end{array}$$

Wenn

Wenn wir nun diesen gefundenen Logarithmus in den Tafeln suchen, finden wir die bey nahe respondirende Zahl 499—, welches fast gar die gesuchte weite unserer Parabal ist.

§. 75. II. **Aufgabe.** Den Elevations-Winkel finden um eine bestimmte weite des Wurfes zu erreichen.

Anmerkung. Weil wir in unserem Probwurfe unter dem Winkel von 45° mit der bestimmten Ladung rc. nur 800° Toises erreichet, sieht man von sich selbst, das in dieser Aufgabe die bestimmte weite nicht über 800° seyn dörfe, weil wir die nämlichen Umstände der Ladung, der Bombe, des Mörsers rc. voraussetzen, die sich bey dem Probwurfe einfanden.

Auflößung. Es sey die bestimmte weite, die man erreichen soll $= C = 430°$

Die weite des Probwurfes $800° = p$

Der Winkel von $45° = a$

Der gesuchte Winkel $= x$

So haben wir folgende Proportion

$$800° : 430° = \text{Sin. } 2a : \text{Sin. } 2x$$

$$\text{Log. } 2,90309 : 2,63346 = 10,00000 :$$

$$\begin{array}{r} + 10,00000 \\ \hline 12,63346 \\ - 2,90309 \\ \hline 9,73037 \end{array}$$

Wenn

Wenn wir nun diesen Logarithmus in der Sinustafel suchen, finden wir den Winkel = 32°. 30′ oder aufs genaueste = 32°. 30′. 48″. dessen Hälfte also = 16°. 15′. 24″ der gesuchte Winkel *x* seyn wird.

§. 76. I. Anmerkung. Wir haben (§. 67.) erwiesen, das jede zween von 45°. gleichweit abstehende Winkel die nämmliche weite des Wurfes geben; dahero man auch unter einem Winkel von 73°. 44′. 36″ die nämmliche Entfernung = 430° erhält. Ein geschickter Artillerist wird denjenigen erwählen, der zu seiner Absicht aus beyden der tauglichere ist. (§. 68.)

§. 77. II. Anmerkung. Man sieht hier leicht, wie man eine Wurftafel für jeden Inclinationswinkel von 1° bis 45° verfertigen, und die correspondirende weite der Würfe darneben hinsetzen könne, wenn man nur die Weite des Probwurfes unter dem Winkel von 45° (oder einen anderen, z. B. von 15°) für den Grund annimmet, und die nämmliche forttreibende Kraft beybehält. Weil man aber für jedes Stuck, für jeden Mörser, und für jede Ladung eine besondere Wurftafel machen müßte, hat sich Galiläus eine Sinustafel verfertiget, in welcher er, um die Rechnung bequemer zu machen neben den Elevations und ihren Complementswinkeln von 1° bis 45°, nicht die weiten der Würfe, noch auch die gedoppelten Sinus der Elevationswinkeln (wie der H. Commentarist des zürchischen H. Ingenieurs Heinrich Vogels, dritter Auflage. 1756. f. 97.

f. 97. in seinem Zusatze, und vielleicht mit ihm manche Practicanten glauben) sondern die einfachen **Sinus der gedoppelten Elevationswinkeln**, die ja ganz etwas anders sind, hingeschrieben. Hier ist die Tafel, und man wird leicht wahrnehmen, daß bey dem Winkel von 1° der Sinus von 2°, bey dem Winkel von 2° der Sinus von 4°, bey dem Winkel von 3° der Sinus von 6° u. s. fort, das ist überall **der Sinus des gedoppelten Winkels** stehe.

Die Winkel 90°		Die Sinus der gedoppelten Winkeln.	Die Winkel 90°		Die Sinus der gedoppelten Winkeln.
89°	1°	349	64	26	7880
88	2	698	63	27	8090
87	3	1045	62	28	8290
86	4	1392	61	29	8480
85	5	1736	60	30	8660
84	6	2097	59	31	8829
83	7	2419	58	32	8988
82	8	2556	57	33	9135
81	9	3090	56	34	9272
80	10	3420	55	35	9397
79	11	3746	54	36	9511
78	12	4067	53	37	9613
77	13	4384	52	38	9703
76	14	4695	51	39	9781
75	15	5000	50	40	9848

Die Winkel 90°		Die Sinus der gedoppelten Winkeln.	Die Winkel 90°		Die Sinus der gedoppelten Winkeln.
74	16	5299	49	41	9903
73	17	5592	48	42	9945
72	18	5870	47	43	9976
71	19	6157	46	44	9994
70	20	6428	45	45	10000
69	21	6691			
68	22	6947			
67	23	7193			
66	24	7431			
65	25	7660			

§. 78. Anmerkung. Ein Theorist, der den Beweiß des §. 64. angebrachten Lehrsatzes einsieht, wird über den Gebrauch dieser Tafel keine weitere Erklärung fordern. Den Practikanten zu lieb aber, denen die Ursache ihrer Arbeit immerzu ein Geheimniß bleiben wird, will ich davon zum Ueberfluß ein Beyspiel hersetzen.

§. 79. Aufgabe über den Gebrauch der vorhergehenden Sinustafel.

Man hat einen Probwurf gemacht, und eine Bombe unter dem Elevationswinkel von 45° mit einer bestimmten Ladung 800° französische Ruthen weit geworfen. Man will sie aber jezt nur mit der nämlichen

La=

Ladung 499° Ruthen weit werfen. Der Artillerist soll nun den Elevationswinkel bestimmen, unter welchen die geworfene Bombe diese verlangte Weite erreichen werde.

Auflösung. 1. Suche in der Tafel den neben 45 stehenden Sinus des gedoppelten Winkels. Du findest 10000. 2. Nun folgere so: wie sich die Weite des Probwurfes zur begehrten Weite des neuen Wurfes verhält, so verhält sich der Sinus des gedoppelten Winkels 45°, oder der Sinus von 90° zum Sinus des gedoppelten Winkels, den man sucht. Hier steht die Rechnung

$$800 : 489 = 10000 : x = 9, 7950.$$

$$\text{Log. } 2.9030 : 2.6980 = 10,0000$$

$$+ 10,0000$$

$$12,6980$$

$$- 2.9030$$

9.7950 welches der Logarithmus des Sinus von dem gedoppelten Winkel ist, den man suchet. In den Sinustafeln nun ist der diesem Logarithmus correspondirende Winkel = 38°. 36′. Dahero der gesuchte Elevationswinkel die Hälfte davon ist, nämlich 19°. 18′.

Anm.

Anmerkung. Hätten wir, wie oben, statt drey nur die letztern zwo Zahlen von den Logarithmen weggelassen, würden wir den Winkel genauer, und für 18′ Minuten 20′ erhalten haben.

§. 80. Man sieht von sich selbst, daß man eben so leicht aus dem unter 45° gemachten Probwurfe auch die Weite jedes anderen Wurfes unter was immer für einem Winkel bestimmen könne;

Denn es sey der Winkel des Probwurfes $= a$
Die weite desselben $= p$
Der bestimmte Winkel eines anderen Wurfes $= b$
Die gesuchte Weite desselben $= x$

So haben wir jederzeit $S.\,2\,a : S.\,2\,b = p : x$, und wenn wir uns der Logarithmen $m : n = q.\ y$ bedienen Ist jederzeit $n + q - m = y.$ der Logarithmus der gesuchten Weite.

§. 81. Aufgabe. Die weite MT einer Parabel bestimmen, wenn das Ziel T tiefer (XXII. Fig.) oder höher (XXIII. Fig.) als die Batterie M, oder die Horizontal-Linie MQ liegt.

Es

Es sey MQ die Horizontalweite die man durch den Probschuß unter dem gegebenen Winkel GMQ erreichet hat mit einer bestimmten Ladung oder forttreibenden Kraft. Man fragt: auf welchen Punct der Schief, und unter oder ober dem Horizonte liegenden Fläche MR die mit eben dieser Ladung und unter dem nämmlichen Winkel GMQ geworfene Bombe fallen werde.

Auflößung. 1. Man messe den Winkel RMQ, den die schiefe Fläche mit der Horizontal-Linie macht.

2. Man ziehe auf die, wenn es nöthig bis in S, verlängerte, Horizontal-Linie MQ die Perpendicular-Linien QR, ST, und überdas ziehe man die Linie RS, so wird diese mit MG Parallellaufen, und MT die gesuchte Weite seyn.

Wir müssen also diese weite MT bestimmen können.

Nun ist uns im Dreyecke MQG nebst dem rechten Winkel der Elevationswinkel p, und folglich auch, t, sammt der Linie MQ bekannt.

Dahero S. t : S. p = MQ : GQ. (IV. Abh. Trig.) Ueberdas ist uns im Dreyecke MQR nebst dem rechten Win-

Winkel, und der nämlichen Seite MQ noch der Winkel n und folglich auch V bekannt.

Wir haben dahero $S.V : S.n. = MQ : QR.$
Es ist aber $GMQ \backsim RQS.$
Weil RS parallel mit MG dahero $x = p, r = t.$
Dahero $GQ : RQ = MQ : SQ.$
Das ist $a : b = c : x$

$$\text{Folglich ist } SQ = \frac{RQ \times MQ}{GQ}$$

$$\text{oder } x = \frac{bc}{a}$$

Wir haben also $MS = MQ + SQ$ gefunden, und können jetzt leicht MT finden; denn im Dreyecke MST ist uns nebst der Seite MS noch der Winkel n, und folglich auch o bekannt.

wir haben also wieder:

$$S.o : R = MS : MT$$
$$a : b = c : y.$$

§. 82. Anmerkung. Weil die Auflösung für beyde Fälle die nämliche ist, darf sie ein Anfänger, um nicht verwirrt zu werden, für den zweyten Falle, wo der Wurf über den Horizont gesche-

schehen muß, nur wiederholen, und die XXIIIte Figur hernehmen.

§. 83. Aufgabe. Man soll aus dem Puncte B (XXIV. Fig.) eine Bombe auf den Punct D der schiefen Fläche BD, welcher Punct höher oder niederer als die Batterie B lieget, werfen. Unter was für einen Winkel soll der Mörser erhoben werden?

Anmerkung. Wir setzen hier zum voraus, das die forttreibende Kraft, die die Bombe durch den Fall aus H in B würde erlanget, und wir durch HB bestimmet haben, immer die nämliche bleibe. 2. Das uns der weiteste Wurf auf der Horizontalfläche BV bekannt. 3. Das wir den Winkel DBV wissen, den die schiefligende Fläche mit dem Horizonte machet. Und endlich 4. das wir die Länge der schiefen Fläche BD durch die Trigonometrie, oder Geometrisch gefunden.

Auflösung. 1. Man ziehe die Horizontal BV, aus dem Puncte B aber unter dem bekannten Winkel die Linie BD und lasse aus D die Prrpendicular-Linie DA auf den Horizont BV fallen. (oder im zweyten Falle richte man sie aus D auf den Horizont auf) so wird uns das Dreyeck ABD den Abstand des Punctes D vom Horizonte, und zugleich die correspondirende Linie BA bestimmen.

2. Weil

2. Weil die höhen Linie jederzeit der Hälfte des weitesten Wurfes auf dem Horizonte gleich ist, so mache man die Perpendicular-Linie HB dieser Hälfte gleich, und richte in H die unbestimmte Perpendicular-Linie H*o* auf, welche die Leit-Linie aller Parabeln seyn wird, die diese Bombe mit der nähmlichen Kraft √HB oder Ladung unter verschiednen Winkeln beschreiben kann, und verlängere AD bis in S.

3. Da nun der Punct B ein Punct zur Parabel seyn muß, wird er eben so weit von der Leitlinie HO als von dem Brennpuncte der Parabel, die wir suchen, abstehen. (§.256. geom.)

Wenn wir dahero mit der Oeffnung BH einen unbestimmten Zirkelbogen H*dg* rc. beschreiben, wird sich der Brennpunct in diesem Bogen befinden.

4. Es muß aber auch der Punct D ein Punct zur Parabel seyn, der von der Leitlinie H*o* und vom Brennpuncte gleich weit abstehet. Darum wird sich dieser ebenfalls in dem Zirkelbogen SM*f* befinden, den wir mit der Oeffnung DS aus dem Puncte D beschrieben.

Es kann also der Brennpunct unserer Parabel nur dort seyn, wo sich die beeden Zirkelbögen einander schneiden.

Weil

Weil aber dieß in F und *f* geschieht, werden diese die Brennpuncte der Parabeln seyn, die durch den Punct D laufen, und werden also zween Elevationswinkel die Aufgabe auflösen.

Um aber die weiten der Würfe zu finden darf man nur aus den Puncten F und *f* die Perpendicularlinien F G und *f* g auf den Horizont B V ziehen, und sie über F und *f* hinaus bis in T und *t* an die Leitlinie H O verlängeren. Machet man nun G K = G B, und g V = g B, so wird B K die Weite des parabolischen Wurfes, der den Punct F für seinen Brennpunct, B V aber die Weite des Wurfes seyn, der den Punct *f* für seinen Brennpunct hat.

Theilet man nun die Linien F T und *f t* in C und *c* in zween gleiche Theile, so hat man den Scheitlpunct C für die Parabel B C K, und den Scheitlpunct *c* für die Parabel B *c* V. (§. 256. geom.)

Verlängert man überdas G T gegen L und g *t* gegen *l* und machet C L = G C, *c l* = g *c*, so hat man eben darum die Tangenten B L und B *l* gefunden, welche, weil sie den Bogen H F *f* in den Puncten *b* und *d* schneiden, darf man nur die Bögen *b* g, und *d* g messen, welche das Maaß der gesuchten Winkeln sind.

§. 84. Anmerkung. Man könnte zwar diese Bögen Trigonometrisch ausrechnen. Allein, es scheinet hier unnöthig zu seyn, eine so weitläufige Rechnung vorzunehmen. Und was wir bishero über diese Aufgabe beygebracht haben, dörfte wohl eben aus der Construction der Figur selbst schon erwiesen seyn. Ich setze aber zum Ueberfluß noch den allgebraischen Beweis davon her.

Beweiß. Zwey Dinge haben wir hier zu erweisen.

1. Das B C D K eine Parabolische Linie sey, deren Axe C G sammt dem vierten Theile des Parameters der Höhen Linie H B gleich ist.

2. Das D ein Punct zur Parabel sey.

Weil in jeder Parabel $y^2 = a x$, müßen wir erweisen, daß in unserer Figur $\overline{BG}^2 = 4 CF \times CG$ sey.

Nun ist 1. $BF = BH$

$= GT$

$= FG + CF + CT.$

$= 2CF + FG$

Da-

Dahero $\overline{B\,F}^2 = 4\,\overline{C\,F}^2 + 4\,\overline{C\,F + F\,G} + \overline{FG}^2$.

Es ist aber $\overline{B\,F}^2 = \overline{B\,G}^2 + \overline{F\,G}^2$.

Folglich $4\,\overline{C\,F}^2 + 4\,\overline{CF \times FG} + \overline{F\,G}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{FG}^2$.

Und also $\overline{4\,C\,F}^2 + \overline{4\,C\,F \times F\,G} = \overline{B\,G}^2$.

Daß ist $C\,F + F\,G \times 4\,C\,F = \overline{B\,G}^2$

Daß ist $C\,G \times 4\,C\,F = \overline{B\,G}^2$

Daß ist $x\,a = y^2$. Es ist hiemit B C D K eine Parabel, w. d. erste war.

Um nun auch zu erweisen, das der Punct D ein Punct zur Parabel sey, darf man nur die Perpendicularlinie D M auf die Axe C G ziehen, und erweisen das $\overline{D\,M}^2 = C\,M \times 4\,C\,F$ sey. Hier ist der Beweiß. $D\,F = D\,s = T\,M$

Es ist aber $TM = 2\,CF + FM$

Dahero $\overline{D\,F}^2 = 4\,\overline{CF}^2 + 4\,CF \times FM + \overline{F\,M}^2$

Weil aber $\overline{D\,F}^2 = \overline{D\,M}^2 + \overline{F\,M}^2$ im rechtwinklichtem Dreyecke,

So ist $\overline{DM}^2 + \overline{FM}^2 = 4\overline{CF}^2 + 4CF \times FM + \overline{FM}^2$

oder kürzer $\overline{DM}^2 = 4\overline{CF}^2 + 4CF \times FM.$

Das ist $\overline{DM}^2 = CF + FM \times 4CF$

$= CM \times 4CF$

Das ist $y^2 = ax$. w. z. e.

§. 85. Anmerkung. Eben so wird erwiesen, das BcV eine Parabel, deren Achse cg sammt dem vierten Theile des Parameters der Höhen-Linie HB gleich, und D wieder ein Punct zur nämlichen Parabl sey.

Anwendung der Parabel zur Catoptrick.

§. 1. Aus der Erfahrung wissen wir, daß, wenn ein Lichtstral so auf einen Körper fällt, das er damit einen schiefen Winkel machet, er unter dem nämlichen Winkl reflectirt werde, und hiemit jederzeit der Reflexionswinkel dem Einfallswinkl gleich sey.

§. 2. Es sey nun AM (XXV. Fig.) ein Parabolischer Hohlspiegel, so sage ich:

I. Lehrsatz. Alle Lichtstrahlen, die auf was immer für einen Punct M, wie RM, mit der Achse AQ parallel einfallen, werden in den nämlichen

Punct

Punct f reflectirt, und ist also f der Prennpunct des Spiegels.

§. 3. Anmerkung. Ich habe in der Abhandlung von den Kögelschnitten §. 153. erwiesen, das jede aus dem Brennpuncte auf den äussersten Punct einer ordinate gezogene Linie der Summe aus dem vierten Theile des Parameters und der dieser ordinate correspondirenden Abscisse gleich sey. Der Ausdruck war: $FM = x + \frac{a}{4}$. wenn ich also erweise, das 1. der Stral RM in den Punct f reflectirt werde, und die Linie fM, die den reflectirten Stral vorstellt $= x + \frac{a}{4}$ sey, so habe ich erwiesen, das f der Brennpunct der Parabel sey. Hier ist der Beweis.

§. 4. **Vorbereitung** 1. Man ziehe die Semiord. MP, und verlängere den einfallenden Stral.

2. In dem Puncte M richte man die Perpendicular-Linie ML auf die Tangente TM auf, so ist PL die Subnormal $= \frac{a}{2}$ (§. 282.)

3. Man mache $Mo = Mf$ und ziehe fo mit LM parallel.

4. Mache den Reflexionswinkl $s = z$.

Nun ist I. $Mo = fL$. Seiten des Parallelogramms, und $Mo = Mf$ aus der Construction.

Dahero $\underline{Mf = fL}$.

II. $fP = fL - PL$.

Dahero $fP = Mf - PL$.

Es ist aber $PL = \frac{a}{2}$ die Subnormal (§. 282.)

Folglich $fP = Mf - \frac{a}{2}$

Und $fP^2 = (Mf - \frac{a}{2})^2$

Das ist $fP^2 = Mf^2 - Mfa + \frac{a^2}{4}$.

Es ist aber $Mf^2 = fP^2 + PM^2$, und $PM^2 = ax$.

Dahero $Mf^2 = Mf^2 - Mfa + \frac{a^2}{4} + ax$

Und $Mf^2 + Mfa = Mf^2 + \frac{a^2}{4} + ax$

Folglich $Mfa = \frac{a^2}{4} + ax$

Und endlich $Mf = x + \frac{a}{4}$. w. z. e.

§. 5. II. **Lehrsatz.** Alle Lichtstrahlen (wie FM) die aus dem Brennpuncte f einer Parabel in was immer für einen Punct M ihrer Concavität fallen, werden so reflectirt, daß sie nach der Direction MR mit der Achse AQ parallel aus dem Spiegel laufen.

Beweis. $fT = AT + Af$;
$= AP + Af$
$= x + \frac{a}{4}$

Es ist aber auch $Mf = x + \frac{a}{4}$

Dahero $fT = Mf$

folglich $v = s$

weil aber $s = y$

So ist auch $v = y$. Es läuft hiemit MR mit der Achse AP parallel. w. z. e.

§. 6. **Anmerkung.** Weil es mit den phonischen Stralen, die von dem Klange verursachet werden, die nämliche Beschaffenheit, wie mit den Lichtstralen hat, lassen sich die zween eben angebrachten Lehrsätze auch von jenen erweisen.

§. 7. **Aufgabe.** Einen parabolischen Brennspiegel verfertigen.

Auflößung. 1. Man schneide sich von Holze, Meßing, oder einer anderen Materie eine sogenannte

parabolische Lehre A B C (XXVI.) nach aller Genauigkeit aus, und lasse sich darnach aus Gypse, oder Tiegel einen parabolischen Körper auf der Scheibe eines Töpfers drehen, so hat man eine Form, worüber der parabolische Spiegel wieder von Gypse gegossen, oder aus gut geleimten feinen Pappendeckel, oder auch aus Zinne, Blech ꝛc. kann verfertiget werden.

2. Die innere Fläche dieses Holspiegels läßt man entweder vergulden und so genau, als es möglich poliren, oder man läßt sie mit feinen venetianischen Bleyweiß überstreichen, so ist der Spiegel fertig.

§. 8. Bringt man nun in seinem zuvorbestimmten Brennpuncte f einen Zunder, oder eine andere Materie an, die sich entzünden läßt, und hält die Oefnung A C des Spiegels der Sonne so entgegen, das die Stralen mit der Achse D B bey nahe parallel einfallen können, werden sich diese (nach dem I. Lehrsatz) in f sammeln, und den Körper anzünden.

§. 9. Setzet man (XXVII. Fig.) die zween parabolischen Spiegel A B und C D in einer senkrecht und parallelen Lage gegeneinander über, so wird das in F durch einen Blaßbalg geschärfte Feuer ein in f angebrachtes Stücklein in einer zimmlichen Entfernung, nachdem die Spiegel groß oder klein sind, loßbrennen.

§. 10.

§. 10. I. Anmerkung. Man sieht leicht, das in den parabolischen Spiegeln die Wirkung um desto schwächer seyn müsse, je weiter der Brennpunct *f* (XXVI. Fig.) vom Scheitlpuncte B entfernet ist: ist er aber nahe an B und der Spiegel lang, kömmt man ihm desto beschwerlicher bey. Man hat ein Mittl entdecket, beyde Hinderniße auf einmal zu heben, und braucht es mehr nicht, als einen Theil, z. B. *e* B *g* von dem Spiegel abschneiden, so wird man die Wirkung eben nicht gar viel schwächen, und dem Brennpuncte bequem beykommen können.

§. 11. II. Anmerkung. Würde man noch einen grösseren Theil als *e* B *g* von dem Spiepel wegnehmen, würde der Brennpunct *f* ausser den Spiegel hinaus fallen, wovon wir eine sinnreiche Anwendung gleich sehen sollen.

§. 12. Aufgabe. Das Licht einer gemeinen Lampe so verstärken, das man in einer etwelche hundert Schuhe weiten Entfernung davon einen auch kleinen Druck noch deutlich unterscheiden, und bequem lesen könne.

Auflösung. Man stelle den grösseren parabolischen Holspiegel A (XXVIII. Fig.) der seinen Brennpunct ausser sich in *f* hat, so an den kleineren B hin, daß die Brennpuncte beeder Spiegel in dem Puncte *f* zusammkommen, so werden die in den grösseren Spiepel parallel einfallende Stralen R R sich in dem Puncte *f* sammeln, und, weil *f* zugleich der Brennpunct des

 Spie-

Spiegels B ist, alle durch den Spiegel B nach einer Parallelen-Direction *r r* immer fortgeleitet, und das Licht um so mehr verstärket werden, je enger der Raum ist, in den nunmehr durch den Spiegl B die nämliche Zahl der Stralen R R zusammgebracht, und also der Cylinder, den diese Stralen gestalten, Dichter geworden.

§. 13. I. Anmerkung. Weil hier eine doppelte Reflexion vorkömmt, wodurch die Stralen jederzeit geschwächet werden, wollte sich P. Taquet lieber eines einzelen ungestimmelten Spiegels bedienen. Er setzte die Lampe in den Brennpunct desselben, und versichert uns im dritten Buche seiner Catoptrick, das er dabey in einer Entfernung von 400 Schuhen auch den kleinsten Druck ohne Beschwerniß, und ohne sich eines andern Lichtes zu bedienen, habe lesen können.

§. 14. II. Anmerkung. So könnte man in grossen Gebäuden lange Galerien mit einer einzigen Lampe hinlänglich, und besser als mit 2. und 3. anderen beleuchten.

§. 15. III. Anmerkung. Weil die §. 2. und §. 5. erwiesenen Lehrsätze auch auf die phonische Stralen passen, folget, das unter den Sprach- sowohl als Hörröhren, diejenigen die besten seyn, derer innerer Theil so parabolisch ausgearbeitet ist, das der Mund des redenden in den Brennpunct, das Ohr aber des Hörenden eben nicht gar weit davon zu stehen kömmt. Es hat aber die Arbeit, wenn sie genau, und die Wirkung glücklich seyn sollte, ihre Beschwerniße.

An-

Anwendung der elementar Geometrie auf die Mechanik.

I. Abschnitt.
Vorläufige Erklärungen.

§. 1 Die Mechanik ist eine Wissenschaft durch Maschinen eine Last leichter, oder schneller zu bewegen, oder ihre gar zu schnelle Bewegung zu hemmen.

§. 2. Alles, was eine Bewegung verursachet, wird eine Kraft, was aber beweget wird, oder der Bewegung widerstehet, eine Last genennet.

§. 3.

§. 3. Wenn die Kraft wirklich eine Bewegung hervorbringet, heisset sie eine lebendige, wenn sie aber die Last nur erhält, eine todte Kraft.

§. 4. Das, was die Kraft vermögend machet eine vortheilhafte Bewegung hervorzubringen, wird eine Maschine genennt.

§. 5. Der Ruhepunct, oder die Unterlage wird in der Mechanik derjenige Punct genennt, um den sich ein Körper beweget, oder worauf eine Maschine aufliegét.

§. 6. Den Mittelpunct der Schwere nennt man in der Mechanik denjenigen, der den Körper in zween gleichschwere Theile abtheilet.

§. 7. Den Mittelpunct der Größe aber nennt man den, der den Körper in zween gleichgroße Theile theilet.

§. 8. Wenn dahero ein Körper durchaus aus einerley Materie bestehet, und überall gleich dichte und breit ist, kömmt der Mittelpunct der Schwere mit dem Mittelpuncte der Grösse überein. So haben alle solche regulaire Flächen, der Zirkel, das Quadrat, das Parellelogramm, das Pentagon das gleichseitige Dreyeck ꝛc. für den Mittelpunct ihrer Schwere den näm-

nämlichen, den sie für den Mittelpunct ihrer Grösse haben.

§. 9. In der Mechanik betrachten wir den Körper gemeiniglich so, als wenn sich seine ganze Schwere nur im Mittelpuncte der Schwere beysamm befände, und seine übrigen Theile gar keine Schwere hätten.

§. 10. Wenn also dieser Mittelpunct eines Körpers verhindert wird, sich dem Horizonte zu näheren, wird seine Schwere zwar einen Druck, aber keine Bewegung verursachen, und eine todte Kraft bleiben.

§. 11. Jede gerade durch den Mittelpunct der Schwere eines Körpers auf den Horizont senkrecht gezogene Linie wird die Directionslinie genennt.

§. 12. So lang bey einem stehenden Körper diese Linie noch durch seine Grundfläche fällt, ist er vor dem Falle sicher: fällt sie aber nur ein bischen über sie hinaus, muß er fallen, wenn nicht eine fremde Kraft ihn zurück hält.

§. 13. Um desto weiter dahero der Mittelpunct der Schwere eines stehenden Körpers von seiner Grundfläche entfernet, und je kleiner seine Grundfläche ist, desto leichter kann man ihn umstossen: so wälzt man eine nicht gar zu schwere Kugel ohne Beschwerniß fort,

und

und wirft einen Kegel, der auf seiner Spitze stehet, ohne Arbeit um.

§. 14. Wenn der Ruhepunct eines hangenden Körpers mit dem Mittelpuncte seiner Schwere überein kömmt, ruht er in jeder Stellung, die man ihm giebt, so wird z. B. eine in ihrer Axe genau hangende Sphäre in was immer für einer Stellung ruhig bleiben.

Ist aber der Ruhepunct vom Mittelpuncte der Schwere entfernet, ruhet der Körper so lang nicht, bis der Mittelpunct der Schwere eben senkrecht unter dem Ruhepunct zu stehen kömmt.

§. 15. Wenn sich also ein Körper selbst in das Gleichgewicht stellen soll, wie z. B. ein Wagebalken, muß nothwendig sein Ruhepunct über den Mittelpunct seiner Schwere etwas erhoben seyn.

§. 16. I. Aufgabe. Den Mittelpunct der Schwere eines Körpers mechanisch finden.

Auflösung. 1. Schieb deinen Körper seiner Länge nach auf der Schneide eines dreyeckichten Prisma so lang hin und wieder, bis er darauf im Gleichgewichte ruhet: so befindet sich der gesuchte Punct in der Linie, worauf er lieget.

2. Schiebst

2. Schiebst du ihn eben so seiner Breite nach, oder in einer anderen Lage hin und wieder, so wird sich der gesuchte Mittelpunct auch in der Linie, worauf er jetzt ruhet, und folglich dort befinden, wo sich beyde Linien einander schneiden.

§. 17. Anmerkung. Diese Aufgabe läßt sich manchmal schon auch geometrisch auflösen. Ich will darüber nur einige Beyspiele ohne Beweise hersetzen.

§. 18. II. Aufgabe. Den Mittlpunct der Schwere in was immer für einem gleich dichten Dreyecke ABC das von einerley Materie ist, (I. Fig.) bestimmen.

Auflösung. *I.* Theile was immer für zwo Seiten AB, und AC in zween gleiche Theile in *d*, und *e*.

II. Aus den entgegengesetzten Winkeln C und B zieh die Linien C*d* und B*e*; in *m*, wo sich diese einander schneiden, wird der gesuchte Mittlpunct seyn.

Anmerkung. Wenn man die Linie B*e*, oder C*d*, die man aus dem entgegengesetzten Winkel auf das Mittl der Grund-Linie gezogen, in 3. gleiche Theile theilet, und von B, oder C aus $\frac{2}{3}$ davon abschneidet, erhält man den nämlichen Mittlpunct *m*.

§. 19. III. Aufgabe. Den Mittlpunct der Schwere in einem rechtwinklichten Dreyecke PQR (II. Fig.) bestimmen.

Auflösung. Theile den eintwederen Schenkel PR (oder QR) in 3 gleiche Theile *n*, *s*, P, und zieh durch *n* die mit QR parallellaufende Linie *mn*, so giebt deren Hälfte den gesuchten Mittlpunct in *o*.

§. 20. IV. Aufgabe. Den Mittlpunct der Schwere in einer parabolischen Fläche finden.

Auflösung. Theile die Achse AC deiner Parabel in 5 gleiche Theile aus C gegen A, und zieh durch den zweyten Theilungspunct die mit PR parallellaufende Linie *m n*, so wird *o* der gesuchte Punct seyn.

§. 21. V. Aufgabe. Den Mittlpunct der Schwere in einem Zirkelbogen ABC (IV. Fig.) bestimmen.

Auflösung. *I.* Theile den Bogen in B entzwey, und zieh den Radius BE, und die Senne AD.

2. Folgere: AB : AD = BE : E *m*, so wird *m* der gesuchte Mittlpunct seyn.

§. 22. I. Anmerkung. In einem halben zirkel verhält sich der Radius zum Abstand des Mittlpuncts der Schwere fast gar wie 7 : 3.

23.

§. 23. II. Anmerkung. Die regulären Körper haben, wie die Flächen, für ihren Mittlpunct der Schwere den nämlichen, den sie für den Mittlpunct ihrer grösse haben.

In einem Cylinder, oder anderen Prisma giebt das Mittel der Achse den Mittlpunct der Schwere.

§. 24. VI. Aufgabe. Den Mittlpunct der Schwere in einem Kegel, oder in einer Pyramide finden.

Auflösung. Theile die Achse in 3. gleiche Theile, der dritte Theilungspunct, von der Spitze des Kegels aus, wird der gesuchte Mittlpunct seyn.

§. 25. VII. Aufgabe. Den Mittlpunct der Schwere in einer Halbkugel bestimmen.

Auflösung. Theile die Achse, oder den Radius C D. (V. Fig.) in 8. gleiche Theile, so wird von C aus gegen D der dritte, von D gegen C aber der fünfte Theilungspunct den gesuchten Mittlpunct der Schwere geben.

§. 26. Anmerkung. Den geometrischen Beweiß dieser und dergleichen Aufgaben hieher schreiben würde für meine Absicht zu weitläufig werden; ich

will dahero den begierigen Leser nur an die so betitelte Centrobarycam unsers P. Pauli Guldini angewiesen haben, in welchem vortreflichen Werke der gelehrte Verfasser die schönsten Lehrsätze und Ausgaben über den Mittlpunct der Schwere L. I. c. III. theils selbst erweiset, theils die Elemente des Euclides zum Beweise darüber anführet.

II. Abschnitt.

Von den Maschinen überhaupt.

§. 27. Obschon durch jede Maschine die Kraft vermögend gemacht werden muß, eine vortheilhafte Bewegung hervorzubringen, bestehet doch dieser Vortheil nicht so fast in Vermehrung der Geschwindigkeit der Bewegung, als in Erleichterung der Last, nicht, als wenn die Last an sich selbst ringer würde, sondern, weil sie leichter zu bewegen; denn es ist eine in der Mechanick allgemeine Regel, das man bey allen Maschinen, ohne Ausnahm, eben so viel an der Zeit verliehre, als man an der Kraft gewinnt: zugleich beschleunigen, und zugleich erleichteren ist unmöglich.

§. 28. Wenn man dahero die Bewegung zu erleichteren suchet, muß die Maschine jederzeit so eingerichtet, und die Last sowohl, als die Kraft so angebracht werden,

den, das der Abgang des Vermögens durch eine grössere Geschwindigkeit der Kraft ersetzet, die Last aber desto langsamer bewegt werde, je mehr sie der Kraft überlegen ist.

§. 29. In der theoretischen Mechanick pflegen wir die Maschinen insgemein nur im Gleichgewichte zu betrachten, weil man sie nachmals in Bewegung zu setzen weiter nichts nöthig hat, als nur etwann das Verhältniß der Last zu Kraft, oder ihre Geschwindigkeit zu verändern.

§. 30. Könnten wir unsere Maschinen von ihrer eigenen Schwere, von aller Reibung und andern Hemmungen der Bewegung, die alle mit in unsere Rechnung kommen müssen, loßmachen, würde schon die mindeste Abänderung des Verhältnißes hinlänglich seyn die Maschinen aus dem Gleichgewichte zu bringen. Wir müssen also die Hindernisse der Bewegung, die wir gleichwohl aus unsern Maschinen nicht gar wegschaffen können, so viel es möglich, zu verminderen suchen.

III. Abschnitt.

Von den einfachen Maschinen in Sonderheit.

§. 31. Es giebt eigentlich nicht mehr, dann zwo

Gattungen der einfachen Maschinen, zu welchen alle übrige können gezogen werden, nämlich den Hebel, und die schiefe Fläche. Ja, Pardies, de la Hire und andere wollen sogar noch diese schiefe Fläche unter die Hebel mitnehmen. Uebrigens werden gemeiniglich, nebst dem Hebel und der schiefen Fläche das Rad an der Welle, die Rolle, die Schraube und der Keil unter die Zahl der einfachen Maschinen gezählet. Ich will von jedem in Sonderheit, so viel es der enge Raum dieses Werkgens zuläßt, und meine Absicht erfordert, die Theorie, und die practische Anwendung nur kurz erklären.

Von dem Hebel.

§. 32. Der Hebel, wenn wir ihn mathematisch betrachten, ist eine gerade unbiegsame Linie, die gar keine oder wenigstens eine in allen ihren Theilen gleichförmige Schwere hat. Betrachten wir ihn aber nach der Physik, und wie er zum Gebrauche dienet, ist er eine unbiegsame Ruthe, Stange, oder ein Balken aus Holze, Eisen, oder andern starken Materie, welcher Läste zu tragen, oder zu bewegen fähig ist.

§. 33. Drey Puncte verdienen an dem Hebel unsere Aufmerksamkeit, 1. der Ruhepunct oder die Unterlage

C.

C. (VI. Fig.) worauf die Stange so auflieget, das sie sich über selben frey auf und ab bewegen könne. 2. der Punct A, an welchem die Kraft, und 3. der Punct B, an welchem die Last angebracht wird.

§. 34. Weil wir den Ort der Last sowohl, als der Kraft in Ansehung des Ruhepunctes auf dreyerley Art veränderen können, entstehen aus dieser Abänderung dreyerley Gattungen des Hebels.

§. 35. Befindet sich die Unterlage zwischen der Kraft und Last, wie in der VIten Figur, ist der Hebel von der ersten Art, und wird ein Druckhebel genennt.

§. 36. Ist die Last in der Mitte (VII. Fig.) ist er von der zweyten Art, und heisset ein Traghebel.

§. 37. Kömmt endlich die Kraft in die Mitte (VIII. Fig.) so ists ein Hebel von der dritten Art, und wird ein Werfhebel benamset.

Wenn der Hebel nicht aus einer geraden Linie bestehet, (IX. Fig.) wird er ein gebrochener Hebel genennt.

§. 38. Den Abstand der Kraft sowohl, als der Last bestimmet in allen dreyen Gattungen des Hebels ihre Entfehrnung von der Unterlage. Es ist dahero der

Abstand der Kraft überall = AC, der Last = BC (6. 7. 8. und 9. Fig.)

§. 39. I. Lehrsatz. Wenn sich die Kraft zur Last verhält, wie der Abstand der Last zum Abstand der Kraft, stehn sie im Gleichgewichte.

Es sey die Kraft $= p$
Die Last $= P$
Der Abstand der Kraft $= d$
Der Last $= D$

So haben wir folgende Proportion als eine allgemeine Formel fürs Gleichgewicht

$$p : P = D : d$$

Beweis. Weil $p : P = m : M$ (Balist. §. 10.)
$D : d = C : c$
Weil über das $Q = MC$, und $q = mc$,
So ist $m : M = C : c$ (Bal. §. 12. ꝛc.)
Und folglich $mc = Mc$,
Das ist $q = Q$ welches eben die Natur des Gleichgewichts fordert.

I. Anmerkung. Man sieht es ohne meine Erinnerung, das die Gemeine sowohl, als die Schnellwage ein Hebel von der ersten Gattung sey, und folglich in beyden der vorhergehende Lehrsatz seine Richtigkeit habe.

II.

II. Anmerkung. Weil bey der Gemeinen Wage $d = D$ muß nothwendig, um das Gleichgewicht zu erhalten, auch $p = P$ seyn.

III. Anmerkung. Weil bey der Schnellwage die Last immer den nämlichen Abstand, die Kraft aber die nämliche Schwere beybehält, braucht es um eine grössere Last mit der nämliche Kraft ins Gleichgewicht, oder die nämliche Last aus dem Gleichgewichte in Bewegung zu bringen, mehr nicht, als den Abstand der Kraft p um etwas verlängeren.

Es sey z. B. $p = 2$ (X. Fig.)
$d = 4$
$P = 4$
$D = 2$

Und folglich p und P im gleichgewichte. (§. 39.) Rückt man nun p nur ein bisgen über 4 gegen 5 heraus, wird das Gleichgewicht schon gehoben, und P in Bewegung seyn. Es bestimmt nämlich der Abstand den Weeg, den die Kraft, und die Last bey Bewegung des Hebels in der nämlichen Zeit machen, folglich ihre Geschwindigkeit, die durch die ähnlichen Zirkelbögen bM und Bm ausgedrücket wird.

§. 40. Aufgabe. Aus der gegebenen Länge des Hebels AB (X. Fig.) der Kraft $= p$ und der Last $= P$ im Gleichgewichte den Abstand der Kraft bestimmen.

Auflösung. Schließ: die Summe der Kraft und

Last verhält sich zur Last, wie die gegebene Länge des Hebels zum abstand der Kraft.

Das ist: $p + P : P = AB : AC$.

Beweis. Im Gleichgewichte ist $p : P = BC : AC$
Dahero $p + P : P = BC + AC : AC$. (allg. §. 103. n. 5.)
Das ist $p + P : P = AB : AC$. w. z. e.

§. 41. **Aufgabe.** *Eine gemeine Waage prüfen.*

Auflösung. Wenn die Schalen das Gleichgewicht halten, verwechsle sie: halten sie das Gleichgewicht wieder, so ist die Waage richtig. Eben so können die Gewichte verwechselt werden.

§. 42. **Aufgabe.** *Mit einer unrichtigen Waage die wahre Schwere einer Last bestimmen.*

Auflösung. Lege die Last auf eine der beyden Schalen, z. B. auf die Schale E (XI. Fig.); auf die andere Schale D setze ein Gewicht P, welches die Last im Gleichgewichte halte. Weil wir nun zum voraus setzen, daß die Waage verfälscht und unrichtig sey, muß hier im Gleichgewichte die Last nothwendig ringer oder schwerer, als P seyn.

Es sey nun die wahre und unbekannte Schwere der Last $= x$

So

So ist AC: BC = x : P (§. 36.)

Uebersetze die Last aus der Schale E in die Schale D und lege auf die Schale E ein Gewicht p, mit welchem sie wieder das Gleichgewicht hält.

So ist AC: BC = $p : x$
Dahero $p : x = x : P$
Und $x = \sqrt{Pp}$

z. B. Es sey P = 20. p = 19.
So ist $x = \sqrt{Pp} = \sqrt{380} = 19{,}493$.

Jetzt können wir aus der gefundenen wahren Schwere der Last leicht den Ruhepunct C und folglich die Grösse des Betruges bestimmen; denn es ist

AC: BC = x : P
= p : x

Hiemit in unserm Beyspiel

$$AC : BC = 19\frac{49}{100} : 20 = 1949 : 2000.$$

Das ist: der Abstand der Last P verhält sich zum Abstand der Kraft oder des Gegengewichtes wie 1949 : 2000. und ist also der Ruhpunct im Wagebalken bestimmet.

Ist aber einmal der Ruhpunct C bestimmet, kön-

nen wir die wahre Schwere einer Last durch gleiche Rechnung finden; Denn wenn die Last am längern Theile B C des Balkens angebracht und z. B. mit einem Gewichte P = 100 tt, das am kürzern A C hanget, im Gleichgewichte stehet, so ist B C: A C = P: x

$$\text{Das ist}: 2000 : 1949 = 100 : 97\frac{9}{20}.$$

$$\text{Dahero die grösse des Betrugs} = 2 \text{ und schier } \frac{1}{2} \text{ tt.}$$

IV. **Anmerkung.** Um der verdrüßlich = und noch darüber kostbaren Menge der Gewichte abzuhelfen, die man sich sonst bey der gemeinen Wage zur Abwägung so verschiedner Läste anschaffen muß, darf man sich nur solche Gewichte verfertigen lassen, derer Schwere in dreyfacher Proportion wächst, wie die Zahlen 1. 3. 9. 27. 81. 243. ꝛc. so kann man damit schon alle Läste von 1 bis 364, welches die Summe dieser Zahlen ausmacht, abwägen. Die ganze Kunst bestehet im addiren, subtrahiren, oder verwechseln der Gewichte.

Noch bequemmer zum Gebrauche sind die in gedoppelter Proportion wachsende Gewichte, wie 1. 2. 4. 8. 16. 32 ꝛc. womit man alle Läste, derer Schwere nicht grösser, als die Summe aller Glieder der Progreßion ist, ohne weiters abwägen kann. P. Casari hat hierüber zwo Tabellen verfertiget. Sieh Tab. I. * V.

V. Anmerkung. Man hätte freylich diese Kunstgriffe nicht nöthig, wenn man sich insgemein, wie in Italien, Sicilien, Dännemark ꝛc. der Schnellwage bedienen wollte: allein sie ist in ihrer Verfertigung und Anwendung so vielen und so verborgenen Betrügen unterworfen, das der Freyherr von Wolf (Mechan. §. 494.) sie aus dem gemeinen Leben und Handelschaft durchaus verbannt wissen will. Doch bedienet man sich noch fast überall der Schnellwage auf offentlichen Waagehäusern, wenn ungeheure Läste, als geladene Wägen, oder Schiffe ꝛc. abzuwägen vorkommen, wobey es eben auf etwelche Pfunde nicht ankömmt.

VI. Anmerkung. Die Austheilungspuncte auf dem längeren Arme einer Schnellwage werden gemeiniglich nur durch die Erfahrung bestimmet.

Von dem Rade an der Welle.

§. 43. Diese Maschine gehört zur ersten Gattung des Hebels, und bestehet aus einem Rade, woran ein runder Wellbaum fest gemacht ist, den das Rad in seiner Bewegung mit sich herum nimmt.

§. 44. Um sich einen deutlichen Begriff von dem Rade an der Welle zu machen, sey K H L (XII. Fig.) eine

eine Section, oder die Grundfläche des Wellbaums; C der unbewegliche Mittelpunct, A B N das Rad, C B, C N, C A die Stralen des Rades. Am Seile K das sich bey jedem Umgange des Rades einmal um die Axe wickelt, und eben darum die Last jedesmal soviel erhöhet, als der aufgewickelte Theil an der Länge beträgt, hange die Last P.

§. 45. Nun ist B N ein Hebel, in welchem sich die Last in K, die Unterlage in C, die Kraft in N befindet, und weil bey jedem Viertelumgang am Platze der Linie B N die Linie A D, und so immer wechselweis, zu stehen kömmt, ist das Rad an der Welle ein immerwährender Hebel von der ersten Gattung, und bleibt alles bey dem kurz zuvor (§. 39.) angebrachten Lehrsatze.

§. 46. I. Anmerkung. Man sieht also von sich selber, das je grösser das Rad, oder der Radius C N, oder je kleiner der Diameter der Welle C K ist, die Kraft um desto mehr vermögend sey.

§. 47. II. Anmerkung. Es stehen dahero der halbe Durchmesser der Welle $= d$, der halbe Durchmesser des Rades $=$ D, die Last $=$ P und die Kraft $= p$ in Proportion, und haben wir wider fürs Gleichgewicht

$p : \text{P} = d : \text{D}$, daß ist: die Kraft verhält

hält sich zur Last wie der Abstand der Last zum Abstand der Kraft.

Es lassen sich also verschiedne Aufgaben über diese Maschine bloß durch die Rechnung auflösen: ich will nur eine oder die andere zum Beyspiele hersetzen.

§. 48. I. **Aufgabe.** Aus den bekannten 3 Grössen p, d, und P den Durchmesser des Rades $D = x$ bestimmen.

Auflös. Weil $p : P = d : x$

So ist $x = \frac{Pd}{p}$

Es sey z. B. $p = 50$ tt.

$P = 3000$

$d = 1'$ Schuh.

So wird unser $x = \frac{Pd}{p} = \frac{3000}{50} = 60'$ seyn

§. 49. II. **Aufgabe.** Aus den bekannten 3 Grössen P, d, D die Kraft $p = x$ bestimmen.

Auflös. Weil $x : P = d : D$

so ist $x = \frac{Pd}{D}$

Es

Es sey $P = 1000$ tt.

$d = 2''$. Zoll

$D = 30''$.

So wird unser $x = \frac{P\,d}{D} = \frac{2000}{30} = 66 + \frac{2}{3}$ seyn

§. 50. I. Anmerkung. Man muß sowohl bey der Last die Schwere des Seiles, als bey dem Durchmesser der Welle die halbe Dicke desselben mit in die Rechnung zu nehmen ja nicht vergessen, die man bey einer genauen Rechnung desto weniger weglassen kann, je stärker das Seil ist. Ja, wenn sich das Seil auf der Welle öfter übereinander windet, muß man die ganze Dicke desselben so oft mit in die Rechnung bringen, so oft sichs übereinander gewunden, daß ist $1 + \frac{1}{2}$, $2 + \frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ ꝛc. nachdem die Welle zweymal, dreymal, viermal überwnnden worden; denn ist sie nur einmal überwunden, bleibt es bey der Hälfte.

§. 51. II. Anmerkung. Die Mechaniker geben dieser Maschine verschiedene Gestalten, und Stellungen: jetzt muß sie ihnen senkrecht, jetzt mit dem Horizonte parallel, jetzt schief stehen, nachdem es die Umstände fordern, und sie bringen Räder an, die ein Pferd, ein Ochs, der Wind, oder das Wasser, zuweilen auch das Feuer in Bewegung setzet.

§. 52. III. Anmerkung. Wenn die Last auf eine

ne beträchtliche Höhe hinaufzubringen, thut das Rad an der Welle die vorzüglichsten Dienste, besonders wenn es mit der Rolle vergesellschaftet wird, von der wir gleich handeln werden.

Von der Rolle oder Flaschen-Scheibe.

§. 53. Die Flaschenscheibe ist eine Rolle, die sich zwischen zwoen Flächen um ihre Achse beweget, (XII. Fig.) eine unbewegliche, wenn sich nur allein die Rolle um ihre Achse, nicht aber zugleich die Flasche von einem Orte in das andere beweget, wie A. Beweget sich aber auch zugleich die Flasche selbst in die Höhe sammt ihrer daran hangenden Last, ist sie eine bewegliche Rolle, wie B. Sind mehr Rollen in einer Flasche beysamm, wird die Maschine ein Flaschenzug genannt.

§. 54. I. **Lehrsatz.** Wenn die Rolle C (XIII. Fig.) unbeweglich ist, muß, um das Gleichgewicht zu erhalten, $p = P$ seyn.

Beweiß. Wir können in der unbeweglichen Rolle den Durchmesser A B für einen Hebel von der ersten Art ansehen, in welchem die Last an einem Ende A, die Kraft am andern B, und die Unterlage in

C

C angebracht ist. Nun aber muß im Gleichgewichte $p : P = D : d$ seyn (§. 39.) Es ist aber hier $D = d$, das ist, $AC = BC$, folglich muß auch $p = P$ seyn. w. z. e.

§. 55. Anmerkung. Es wird also durch die unbewegliche Rolle die Kraft nicht vermehret. Doch macht sie die Direction bequemer, und die Bewegung vortheilhafter, darum sie auch unter die Maschinen mitgenommen wird.

§. 56. II. Lehrsatz. Wenn die Rolle beweglich ist, darf, um das Gleichgewicht zu erhalten, die Kraft nur halb so schwer, als die Last, oder

$$p = \frac{P}{2} \text{ seyn.}$$

Beweiß. Wir können die bewegliche Rolle für einen Hebel von der zweyten Art ansehen, so ist z. B. *a m* (XII. Fig. B.) die Unterlage, oder der Ruhepunct, *b c* die Entfernung der Last, *a b* die Entfernung der Kraft, und verhält sich

$$p : P \text{ wie } bc : ab$$

$$bc = \frac{ab}{2}$$

$$\text{folglich auch } p = \frac{P}{2}. \text{ w. z. e.}$$

§. 57. III. Lehrsatz. In jedem Flaschenzug verhält sich die Last zur Kraft, wie die Zahl der Stricke, wovon die Last gehalten wird, zu 1.

Anmerkung. Weil der Flaschenzug eigentlich unter die zusammengesetzten Maschinen gehört, werden wir davon im 5ten §. handeln, und den Lehrsatz erweisen.

Von der schiefen Fläche.

§. 58. Die schiefe Fläche A C (XV. Fig.) ist so eine ebene Fläche, die mit dem Horizont B C einen scharfen Winkel macht, den man den Inclinations- oder Elevationswinkel nennet. Aehnliche Flächen sind diejenigen, derer Elevationswinkel einander gleich sind. Es sind dahero A B C, und D B C keine ähnliche Flächen.

Die Perpendicularlinien A B, und D B bestimmen die Höhe, A C und D C die Länge, worauf der Körper sich herab oder hinauf beweget; B C, die mit dem Horizonte parallel läuft, ist die gemeine Grundlinie oder = fläche von beyden schiefliegenden Flächen A C und D C.

§. 59. Anmerkung. Wenn man C A für den Radius annimmt, und aus C den Bogen A m

beschreibet, wird A C der Sinus totus, AB aber der Sinus des Elevationswinkels seyn. (Trigon. II. Abh. §. 223. und 224. n. III.)

§. 60. *Momentum* oder *quantitas motus*, die Bewegungskraft, ist jene Kraft, die den Körper immer zum Mittelpunct der Erde zu bewegen suchet. Kann diese Kraft nach ihrer völligen Stärke wirken, heisset sie *momentum absolutum*, die freye ungehinderte Bewegungskraft: wird sie aber gehindert, und kann nur ein Theil derselben wirken, wird sie *momentum respectivum*, oder die gehemmte Bewegungskraft genennt.

§. 61. Der Körper D (XVI. Fig.) würde durch die freye Bewegungskraft nach der Direction D F bis in F gelangen, welche Bewegung wir für eine aus der Direction D G und D H zusammgesetzte ansehen können. Nun widersteht dieser Bewegung die Fläche A C nach der Direction D H = D I, es gehet dahero die durch D H oder I D ausgedrückte Bewegungskraft des Körpers durch diesen Widerstand zu Grunde, und bleibt ihm also nur noch die Kraft über, den Weg D G zu beschreiben, welche Kraft nun *momentum respectivum*, oder die gehemte Bewegungskraft heisset, wenn wir D F für den Ausdruck der freyen Bewegungskraft annehmen.

§. 62. Es geschieht also die Bewegung der Körper auf jeder schiefliegenden Fläche jederzeit durch eine gehemmte Bewegungskraft, und die Mechanik lehret uns das Verhältniß der freyen und gehemmten Bewegungskraft gegeneinander auf den schiefen Flächen bestimmen.

§. 63. I. **Lehrsatz.** Auf jeder schiefliegenden Fläche verhält sich die gehemmte zur freyen Bewegungskraft des Körpers, wie die Höhe der Fläche zu ihrer Länge, wenn die Direction mit der schiefen Fläche parallel läuft.

Das ist, wenn wir uns (XVI. Fig.) der vorigen Ausdrücke bedienen.

$$GD : DF = AB : AC.$$

Beweiß. Weil in den zweyen Dreyecken A B C, und D F G

Der Winkel $r = r$ beyde rechte Winkel.

$v = V$ der äußere dem inneren

ist auch $m = m$ der dritte dem dritten.

Folglich $ABC \backsim GDF$

Dahero $GD : DF = AB : AC$. w. z. e.

und $DF : GD = AC : AB$. das ist Moment. absol : respect = Sin. tot : Sin. m. (§. 49.)

I. Anmerkung. Wir können also wieder aus was immer für drey bekannten die vierte unbekannte Grösse finden.

II. Anmerkung. Alle übrige Lehrsätze, welche die Mathematiker von der schiefen Fläche erweisen, gründen sich auf die Lehrsätze von der beschleunigten Bewegung (Balist. 2. Abh. §. 20. ꝛc.) Sie lösen, sowohl die Geschwindigkeit, als die Räume betreffend, verschiedne Aufgaben auf, die aber in der Anwendung zur Mechanik eben nicht sogar wichtig, oder nützlich sind.

§. 64. Anmerkung. Wollen wir uns aber lieber zum Beweise dieses Lehrsatzes der Theorie des Hebels bedienen, können wir D E f (XVII. Fig.) für einen gebrochenen Hebel ansehen, in welchem die Linie E f den Abstand der Kraft p vom Ruhepuncte E bedeutet.

Dahero $p : P = Ef : ED$.

Es ist aber der Winkel $m = n$

$K + s = o + r = 90°$.

Und $s = r$ wechselw.

Dahero $K = o$

Und $i = r$

Folglich $\triangle ABC \backsim DEf$

Dahero $Ef : ED = AB : AC$

Das ist $p : P = AB : AC$ w. z. e.

§. 65. Läuft aber die Direction der Kraft p D oder K D mit

mit der Grundfläche B C (XVIII. Fig.) parallel, so verhält sich die Kraft zur Last, wie die Höhe A B zur Grundfläche B C.

Beweiß. Hier haben wir wieder einen gebrochenen Hebel K E *f*, worinn K E = D *f* den Abstand der Kraft, E *f* den Abstand der Last vom Ruhpuncte bedeutet.

Dahero *p* : P = E *f* : E K
Nun ist △ D E *f* = K E D
Und folglich wie D E *f*
also auch K E D ∽ A B C
Dahero E *f* : E K = A B : B C.
Das ist *p* : P = A B : B C. w. z. e.

§. 66. Nur einige Folgen muß ich noch anbringen, die wir aus dem vorhergehenden Lehrsatze ziehen können.

1. Wenn die Direction der Kraft mit der Länge A C parallel läuft, verhält sie sich im Gleichgewichte zur Last wie die Höhe A B zur Länge A C.

2. Je kleiner der Inclinationswinkel einer schiefliegenden Fläche ist, desto kleinere Kraft wird erfordert, die nämliche Last darüber zu bewegen, oder im Gleichgewichte zu erhalten.

3. Ein Körper der über eine schiefe Fläche herabfallet, bekömmt am Ende seiner Bewegung die nämliche Kraft, die er am Ende des Falles würde erhalten haben, wenn er von der Höhe dieser Fläche senkrecht und frey herabgefallen wäre. (Balist. §. 28.)

4. Hieraus läßt sich der Schlag oder Stoß eines fallenden Schlägels dessen Schwere bekannt ist, oder im Gegentheil die Höhe für den verlangten Stoß bestimmen, wenn man z. B. bey einem Brückenbau die Bäume nach einer schiefen Direction einschlagen soll; denn es verhalten sich diese Stösse wie die Quadratwurzeln der Höhen der schiefen Flächen untereinander. (Balist. §. 46.)

Von der Schraube.

§. 67. Weil die Schraube, wenn wir sie recht betrachten, eigentlich nichts anders, als eine schiefe Fläche ist, bleibt es damit bey der nämlichen Theorie. Nur müßen wir ihre Theile kennen lernen.

§. 68. Es ist also die Schraube eine schiefe Fläche, die sich rings um einen dichten oder holen Cylinder schwinget. Den Abstand zweener Gänge oder Gewinde können wir für die Höhe, den Umkreiß der Spindel, oder des Cylinders für die Grundfläche, das

Ge-

Gewinde oder den Schraubengang selbst endlich für die Länge unserer schiefen Fläche ansehen.

§. 69. Die Direction der Kraft, welche eine Schraube beweget, wir mögen eine Last damit aufheben oder zusammen pressen, läuft jederzeit mit dem Umkreise der Spindl, das ist, mit der Grundfläche parallel.

§. 70. Es verhält sich demnach die Kraft zur Last im Gleichgewichte, wie die Entfernung zweener Gänge zur Peripherie desjenigen Zirkels, den sie beym umwenden der Schraube beschreiben muß. (§. 55)

§. 71. Dahero, je näher die Umgänge aneinander sind, und je grösser der Zirkl, den die Kraft beschreibt, desto grösser wird das Vermögen der Schraube seyn.

Es sey z. B. bey einer Schraube

Die Entfernung zweener Gänge = 2″
Die Länge des Hebels = 6′ = 72″
So ist die Peripherie = 452″

so verhält sich die Kraft zur Last wie $2 : 452 = \frac{1}{226}$.

und wird 1. tt. schon hinlänglich seyn 226 tt. im Gleichgewichte zu erhalten.

§. 72. I. Anmerkung. Wo man sanfte, und gleichförmige Bewegungen oder grosse Gewalt

fordert, leistet die Schraube die allervorzüglichsten Dienste, die wir täglich an den Theilmaschinen, an den Weintorkeln und andern grossen Pressen ꝛc. vor Augen haben.

§. 73. II. Anmerkung. Die in einem holen Cylinder sich befindende Schraube, worein der Dichte passet, wird die Schraubenmutter genennt, die gemeiniglich bey grossen Pressen unbeweglich ist.

Von dem Keile.

§. 74. Der Keil, dessen man sich das Holz zu spalten bedienet, ist eine aus zwoen schiefen Flächen ABD und BCD (XIX. Fig.) zusammengesetzte Maschine, wovon BD die gemeine Grundfläche, AB aber, und BC die Höhen sind.

§. 75. Weil nun in Anwendung des Keils die Direction der Kraft jederzeit mit der Grundfläche BD parallel läuft, verhält sich dabey die Kraft zur Last, oder zum Widerstand wie die Höhe AC zur Grundfläche BD (§. 55.)

§. 76. I. Anmerkung. Je schärfer der Winkel D an einem Keile ist, desto weniger Kraft hat man zur nämlichen Wirkung nöthig. Man pflegt dahero mehr Keile nacheinander, derer Winkel immer grösser sind, in einen Stock zu treiben, um ihn endlich zu spalten.

§. 77. II. Anmerkung. Weil bey Anwendung des Keils die Kraft eigentlich in der Gewalt des Schlägels, die Last aber in dem Widerstande bestehet, und man diese zwo Grössen eben so genau nicht durch die Rechnung bestimmen kann, ist es schon hinlänglich, wenn man das Verhältniß nur bey nahe für diese oder jene Umstände errathet.

§. 78. III. Anmerkung. Man sieht schon aus der Beschreibung des Keils, das alle Messer, Scheeren, Aexte, Meissel, Stemm-Hobel- und Dreheisen, alle Nadeln und Nägel ꝛc. lauter Gattungen des Keils seyn.

§. 79. IV. Anmerkung. Ich habe schon oben (n. 30.) erinneret, das wir alle Hinderniße der Bewegung, die wir aus unseren Maschinen nicht wegschaffen können, soviel, als es nur möglich zu verminderen suchen, und sie sorgfältig in unsere Rechnungen bringen sollen. Wir müssen sie also kennen, wir müssen ihre Kräfte zu bestimmen, und Mittl wider sie anzuwenden wissen. Ich will darum einen kurzen Absatz hierüber hersetzen.

IV. Abschnitt.

Von den Hindernissen der Bewegung.

§. 80. Eine Hinderniß der Bewegung nenne ich al-

les, was sich der Bewegungskraft widersezt, und die Geschwindigkeit der Bewegung hemmet. Die Physiker haben uns eine Menge solcher Hinderniße entdecket; wir können sie aber alle hauptsächlich auf zwo Gattungen heruntersezen, nämlich auf den Widerstand der Mittldinge, und auf die Friction, oder Reibung der Körper.

Vom Widerstande der Mitteldinge.

§. 81. Mitteldinge heissen eigentlich diejenigen Materien, die den Körper, da er beweget wird, umgeben, z. B. die Luft, das Wasser rc. wir haben davon folgende Lehrsätze zu betrachten.

§. 82. I. Ein jedes Mittelding widersteht der Bewegung, da der Körper, wenn er anderst seine Bewegung fortsezen will, nothwendig einen Theil seiner Bewegungskraft anwenden muß, das Mittelding aus dem Wege zu raumen, und aus seiner Stelle zu jagen.

II. Dieser Widerstand stehet 1. mit der Weesenheit des Mittldings selbst, 2. mit der Geschwindigkeit und Grösse des bewegten Körpers immer in Proportion; denn 1. ist das Mittlding dichter; muß der Körper um soviel mehr Kraft anwenden es aus dem Wege zu bringen.

So

So hat man wahrgenommen, daß das nämliche Pendul, welches sich in einer Secunde 100 mal in der freyen Luft schwang, im Wasser nur 93 mal in der nämlichen Zeit geschwungen habe. Im Oele, ob es schon nicht so dichte, als das Wasser ist, ist die Bewegung des Penduls noch längsamer, weil die Theile des Oels klebicht und zähe sind.

2. Ist die Bewegung geschwinder; so muß der Körper in der nämlichen Zeit mehr Theile des Mittldings aus dem Wege raumen.

So muß z. B. ein fallender Körper in der zweyten Secunde seines Falles dreymal soviel Luft trennen, als in der ersten. (Balist. §. 22.

Ist endlich 3. der Umfang des Körpers grösser, wird auch der Umfang des widerstehenden Mittldings um so viel grösser seyn.

So dringet ein gespitzter oder schneidender Körper überall leichter durch, als ein anderer.

Von Berechnung dieses Widerstandes.

§. 83. Die Berechnung des widerstands der Mittldinge ist eine Arbeit, die so vielen Beschwernissen unterworfen ist, das man darüber ohnmöglich eine allgemeine

meine Regel geben könne. Die Geschwindigkeit und der Umfang des Körpers, die Dichte, der Zusammenhang, die Direction, die Schnellkraft 2c. des Mittldinges selber sind lauter grössen, die sich wohl tausendmal, ohne das man es wahrnimmt, änderen, und dennoch alle in unsere Rechnung kommen müssen.

Newton, Bouger, le Seur, Jacquier, Kraft, Amontons und andere haben sich unbeschreibliche Mühe in Bestimmung dieses Widerstandes gegeben.

§. 84. Indessen, weil die Oberflächen ähnlicher Körper sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, (Theor. Th. V. Abh. §. 184.) wenn wir auf diese Oberfläche allein achtgeben wollen, können wir schliessen, daß, wenn zween ähnliche Körper von ungleicher Grösse mit der nämlichen Geschwindigkeit, im nämlichen Mittldinge bewegt werden, sich auch die Widerstände gegeneinander wie die Quadrate der Durchmesser dieser Körper verhalten.

Es sey z. B. der Diameter einer Hölzernen Kugel.

Von 1. tt. = 7″
Einer bleyenen = 2″

wenn sich diese zwo Kugeln durch die Luft mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, verhält sich der Widerstand der erstern zum Widerstand der zweyten wie 49 : 4.

§. 75.

§. 85. Wenn die Kugeln sowohl an der Grösse, als an der Schwere einander ungleich sind, stehen die Widerstände im verkehrten Verhältniße ihrer Durchmesser.

Es sey z. B der Diameter der grösser- und schwereren Kugel A = 6″
Der kleiner- und ringeren Kugel B = 2
So wird der Widerstand der Kugel A sich zum Widerstand der Kugel B wie 2 : 6 verhalten.

§. 86. Sind endlich die Kugeln von gleicher grösse, aber von ungleicher Schwere, stehen die Widerstände im verkehrtem Verhältniße der Cuborum ihrer Schweren.

Es sey der Diameter der Kugel A = 4″ Zoll.
Ihre Schwere = 9 tt.
Der Diameter der Kugel B = 4″. Zoll.
Ihre Schwere = 3 tt.
So verhält sich der Widerstand der Kugel A zum Widerstand der Kugel B wie $3^3 : 9^3 = 27 : 728 = \frac{1}{27}$.

§. 87. Anmerkung. H. Georg Kraft giebt, den Widerstand für verschiedne Umstände zu bestim-

stimmen, folgende allgemeine Formeln in seinen physikalischen Vorlesungen (2. Th. 8. c. an.)

Es sey der Widerstand $= R$
Die Dichte des Mittldings $= D$
Die Grundfläche des Körpers $= B$
Seine Geschwindigkeit $= C$
Der Zusammenhang des Mittldings $= T$

So ist I. wenn die Bewegung in dem nämlichen Mittldinge geschieht, $R = B \times C^2$.

II. Wenn sich die Körper durch verschiedne Mittldinge bewegen,
ist $R = B \times D \times C^2$.

III. Wenn auch der Zusammenhang der Theile des Mittldinges mit in die Rechnung kömmt, so ist
$R = T \times B \times D \times C^2$.
Es sey z. B. $T = 2$, $B = 4$, $D = 3$, $C = 3$,
so ist $R = 216$.

Von dem Widerstande der Reubung.

§. 88. Die Reubung oder Friction wird derjenige Widerstand genennt, den die Ungleichheit der sich berührenden Flächen verursachet, so oft ein Körper über den anderen fortrutschet.

§. 89. Es giebt zwo Gattungen der Friction. Wenn sich die nämliche Theile einer Fläche immerzu über verschiedne Theile einer anderen Fläche hinbewegen, ist die Friction von der ersten Gattung; z. B. wenn man ein Brett über ein anders unbewegliches fort schleppet.

Berühren aber immer verschiedne Theile beyder Flächen aneinander, wie die Zähne zweyer Räder, oder wie eine Kugel über eine Fläche läuft, ists eine Friction von der zweyten Gattung.

§. 90. Man sieht leicht, das der Widerstand der erstern Gattung viel stärker, als der zweyten sey; daher z. B. die Räubung beym Rade an der Welle weit grösseren Widerstand verursachet, wenn sich die Zapfen der Achse in Pfannen, als wenn sie sich auf beweglichen Rollen drehen.

§. 91. Dieser Widerstand stehet 1. mit der Schwäre, 2. mit der Oberfläche der sich berührenden Körper, 3. mit der Geschwindigkeit der Bewegung in Proportion.

Denn 1. wenn der Körper schwerer ist, so ist auch der Druck und folglich die Reubung stärker.

So, wenn ein Körper, der zwischen zwoen Flächen eingepresset ist, soll durch eine Kraft heraus-

gezo-

gezogen werden, muß der Druck beyder Flächen für die Friction gerechnet werden.

2. Wenn die Oberfläche grösser, oder raucher und unebner ist, verwickeln sich desto mehrer Theile, oder ihre Entwicklung ist desto beschwerlicher.

So, wenn man ein ungehobeltes auch nicht gar schweres Brett über ein anderes auch ungehobeltes herziehen will, wird man mehr Kraft, den Widerstand der Friction, als der Schwere selbst zu überwältigen, anwenden müssen.

3. Wenn die Geschwindigkeit grösser, beschreibt der Körper in der nämlichen Zeit einen desto grösseren Raum; er hat sich also aus destomehr Verwicklungen der Theile loszumachen, und folglich eine grössere Friction zu überwinden.

So giebt Leupold dir Reubung des Wassers in den Steigröhren einer Wasserpompe um desto grösser an, je enger die Röhre sind, weil nebst anderen Umständen in diesen die Geschwindigkeit des Wassers um soviel grösser ist.

Von Berechnung des Widerstands der Friction.

§. 92. Es ist die Arbeit diese Gattung des Wider-

derstandes genau durch die Rechnung zu bestimmen noch weit beschwerlicher, als die vorige. Die grösten Köpfe haben sich bisher vergebens bemühet eine allgemeine sichere Regel zu finden.

§. 93. Einige nahmen folgenden Ausdruck für eine allgemeine Formel ihrer Berechnung an:

$$F = APSC,$$

worinn F die Friction, A das Rauhe beyder Flächen, P die Schwere des beweglichen Körpers, S die Grösse der Oberfläche, C die Geschwindigkeit der Bewegung bedeutet.

§. 94. Amotons behauptete folgende Regel:

$$F = \frac{P}{3}$$

Nichts destoweniger nimmt Jacob Leupold, und nach ihm fast alle neue Mechaniker diesen dritten Theil der Schwere für die Friction an, den sie dahero zur Kraft addiren, um damit diesen Widerstand zu überwinden. Und, wenn von nicht gar harten Körpern die Rede ist, die keiner feinen Politur fähig sind, wie z. B. vom Holze, oder gemeinem Steine, haben sie eben nicht unrecht, und läßt sich die Größe dieses Widerstandes durch folgendes Experiment bestimmen.

1. Polire die Grundfläche eines solchen Körpers so fein, als sichs thun läßt, und stelle ihn auf eine ebenfalls polirte Fläche hin, die anfangs mit dem Horizonte parallel läuft.

2. Erhöhe diese Fläche nach und nach immer unter einen grösseren Inclinationswinkel so lang, bis sich der daraufliegende Körper abwärts zu bewegen anfängt.

3. Du wirst finden, daß sich dies insgemein ereigne unter einen Elevationswinkel von 18° bis 19°. Wenn nun die schiefe Fläche einen solchen Winkel mit dem Horizonte machet, verhält sich jederzeit ihre Höhe zu ihrer Länge fast wie 1 : 3.

Nun aber alles, was den Körper auf der schiefen Fläche zurück hielt, war die einzige Friction; wir können sie dahero als eine Kraft p betrachten, welche, wenn die Fläche den bestimmten Winkel erreichet hat, die Last P zu überwältigen anfängt.

Es verhält sich aber $p : P = \text{Sin. ang: elev. Sin. tot.}$ (§. §. 53. 54.)

Das ist, in diesem Falle $p : P = 1 : 3$. fast gar.

Dahero $p = \frac{P}{3}$ w. z. e.

§. 95. Muschenbroeck (in seinen *Elem. phys.* c. 9.)

c. 9.) versicheret uns, daß wir niemal auf eine zuverläßige allgemeine Regel kommen werden, den Widerstand der Friction zu bestimmen, und die besten Mechaniker haben vielmehr ihren Fleiß auf verschiedne Mittel wider die Reubung zu denken, als auf ihre Berechnung verwendet.

Von den Mitteln wider die Friction.

§. 96. Zweyerley Gattungen dieser Mitteln giebt es, und alle beyde sollen und können, besonders bey zusammgesetzten Maschinen, angewendet werden.

Zur ersten Gattung werden alle mechanische Vortheile gezählt, welche (wie z. B. ein Schwungrad) die Bewegung leichter, oder die Lage desjenigen Theils, an welchem man die größte Friction wahrnimmt, bequemer machen; denn je näher dieser Theil an den Ruhpunct hingebracht, und je weiter die Gegenkraft davon entfernet wird, desto leichter wird die Bewegung, und desto kleiner die Friction seyn.

Zur zweyten Gattung gehören diejenigen Mittel, wodurch nicht nur die Reubung überwältiget, sondern in der That vermindert wird, welches geschieht 1. wenn das Schleppen, oder Schieben in ein Wäl-

zen verwandelt wird, welches man durch angebrach= Rollen erhält.

So rollet z. B. eine Kugel oder Cylinder, über die nämliche schiefe Fläche leicht herab, auf welcher doch ein cubischer Körper unverrückt stehen bleibt, wenn der Inclinationswinkel der Fläche nicht über 18° beträgt.

2. Wenn die rauhen und unebenen Flächen durch Feilen, Schleifen, Poliren ꝛc. eben und schlüpfrig gemacht werden.

So rutschen z. B. zwey geschliffene und polirte Spiegelgläser viel leichter, als wenn sie noch rauh sind, übereinander her.

3. Wenn man sich beym Metalle des Oliven= oder Baumöls, beym Metalle auf Holz des Unschlitts, beym Holz auf Holze, der Seife, beym Holze auf Stein des Wassers ꝛc. zum einschmieren bedienet.

4. Wenn man eine metallene Achse nicht auf Metall, sondern auf Eisen oder Stahle laufen lässet. So läuft sich auch Stahl auf Stahle sehr hart.

§. 97. Anmerkung. Zuweilen hat die Friction ihre ganz besondere Nutzbarkeiten, und man sucht sie manchmal mit Fleiße zu vermehren. Was

thun

thun uns nicht die Feilen, die Schleifsteine, der Reinsand, die englische Kreide, der Tripl in Polirung verschiedner Metalle oder der Spieglgläser für gute Dienste? Die Fuhrleute, wenn sie einen steilen Berg hinab fahren sollen, sperren die Räder, so werden eben auch alle Drehspindeln, die Central-Maschinen, die Schleif- und Polirmühlen ꝛc. durch die Friction der Saiten, der Riemen, oder Schnüren beweget, und manche volle Weinfässer, da man sie in tiefe Keller hinabläßt, dörften schmettern, wenn nicht die Reubung der Stricke, oder der schiefen Flächen ꝛc. ihre Bewegung hemmte. Die sogenannten, da und dort angebrachten, Bremsräder zeigen uns die Nothwendigkeit der Friction in gewissen Umständen deutlich genug.

V. Abschnitt.

Von den zusammengesetzten Maschinen.

§. 98. Eine zusammengesetzte Maschine ist, deren Theile lauter einfache Maschinen sind. Wenn ich z. B. mit dem Rade an der Welle eine Last an einer beweglichen Rolle über eine schiefe Fläche hinauf ziehe, ist die ganze Maschine aus dem Rade,

aus dem Wellbaume, aus der Rolle, und aus der schiefen Fläche, welches lauter einfache Maschinen sind, usammengesetzt.

§. 99. Anmerkung. Wenn eine Wirkung von einer bestimmten Kraft, in bestimmter Zeit geschehen soll, wird die einfache Maschine eben so gute Dienste thun, als die zusammengesetzte; Denn obschon durch die Uebersetzung die Kraft verstärket, und die Bewegung leichter gemacht wird, verliert man doch dabey jedesmal eben soviel an der Zeit, als man an der Kraft gewinnt.

Suchet man aber nur den Abgang der Kraft zu ersetzen, und die Bewegung leichter zu machen, ohne Rücksicht auf die Zeit, so muß doch auch die zusammengesetzte Maschine so simpel oder einfach gemacht, als es nur immer möglich, und alle überflüßige Theile, welche die Bewegung allzeit beschwerlicher machen, sorgfältig weggelassen werden.

Von Berechnung der zusammengesetzten Maschinen.

§. 100. Allgemeiner Lehrsatz. Die an eine zusammengesetzte Maschine angebrachte Kraft ist jederzeit dem Producte gleich, welches entstehet, wenn man die Kräfte aller einfachen Maschinen,

daraus

daraus sie zusammengesetzt ist, durcheinander multiplicirt.

§. 101. Anmerkung. Man muß dahero bey Berechnung einer zusammengesetzten Maschine alle ihre Theile der Ordnung nach, jeden insonderheit, untersuchen, und als eine einfache Maschine berechnen.

Ich will den Lehrsatz nur in etwelchen Beyspielen, und in schon bekannten Maschinen erklären, welches für einen Anfänger schon hinlänglich seyn kann, um eben diese Berechnungs-Art auch auf andere neue Maschinen anzuwenden.

§. 102. I. Es sey (XX. Fig.) eine aus dreyen Hebeln AB, BD, und DP zusammgesetzte Maschine. In jedem sey der längere Arm 1 B, cD, EP = 10″ der Kürzere A 1, cB, DE = 1. Die Kraft *m* = 1.

So wird diese Kraft *m* mit der Last M = 1000 im Gleichgewichte stehen: denn wenn ich die Kraft *m* = 1 durch ihre Entfernung von E = EP = 10 multiplicire, erhalte ich *m* = 10. Es ist also in D der Druck aufwerts = 10. wenn ich nun diesen Druck = 10 wieder durch die Entfehrnung CD = 10 multiplicire, ist bey B der Druck abwerts = 100. multiplicire ich endlich auch diesen durch seinen Abstand

vom Ruhepuncte 1 = B 1 = 10 erhalte ich 1000. steht also *m* mit M im Gleichgewichte, und wird nur noch ein kleiner Zusatz bey P erfordert, um die Last M in Bewegung zu bringen.

Wenn wir nun einen jeden dieser Hebeln in Sonderheit betrachten, werden wir leicht wahrnehmen das im ersten die Kraft *m* oder P = 1 mit 10, im zweyten D = 10 mit 100. im dritten B = 100 mit M = 1000 nach der Theorie des einfachen Hebels im Gleichgewichte stehe.

§. 103. Das nämliche erhält man, wenn man durch Anwendung der Regl detri so folgert.

$m : M = A1 \times BC \times DE : 1B \times CD \times EP.$

§. 104. II. Es sey (XXI. Fig.) ein aus mehr beweglichen Rollen so zusammengesetzter **Flaschenzug**, das jede von einer bey *a*, *b*, *c*, *d*, befestigten Schnure gehalten werde, so ist bey zwoen Rollen der vierte, bey dreyen der achte, bey vieren der sechzehende Theil hinlänglich die Last P im Gleichgewichte zu erhalten.

Wenn aber in unserem Beyspiel die Last P = 400 um einen Schuh solte erhöhet werden, mus die vermehrete Kraft einen Weg von 16 Schuhen herabwerts machen.

§. 94.

§. 105. III. Es sey (XXII. Fig.) ein so zusammengesetzter Flaschenzug, daß die nämliche Schnur über alle Rollen läuft, so verhält sich im Gleichgewichte die Kraft *p* zur Last P, wie 1. zur gedoppelten Zahle der beweglichen Rollen.

Wenn wir dahero I = 1000 setzen, müssen wir in unserer Maschine, an der sich 2. bewegliche Rollen befinden, die Kraft = 250 im Gleichgewichte, oder um die Last zu bewegen = 250 und etwas darüber setzen.

§. 106. Anmerkung. Selten pflegt man an einen grossen Flaschenzug mehr als 2, aufs höchste 3 bewegliche Rollen anzubringen, weil sie sonst unbequem werden.

Von den Rädern und ihrer Zusammensetzung in Sonderheit.

§. 107. Es giebt verschiedene Gattungen der Zahnräder. Ein Sternrad ists, wenn die Zähne nach der Direction des Radius fortlaufen, und auf der Peripherie des Rades senkrecht stehen.

Wenn die Zähne mit der Achse parallel, und das Rad aufrecht auf seine Peripherie stehet, wird es ein

Kammrad, liegt aber ein solches Rad mit dem Horizonte parallel, wird es ein Kronrad benamset.

Wenn zwey Räder einander treiben, nennt man das kleinere den Trieb. Hat aber der Trieb keine Zähne, sondern zwischen zwoen Scheiben eingesetzte Triebstäbe, heisset er ein Triller, oder eine Laterne. Sind endlich diese Triebstäbe an den Wellbaume selbst ausgestemmt, wird er ein Kumpf genennt.

§. 108. **Lehrsatz.** Bey jedem Umgange eines Zahnrades muß der Trieb so oft um seine Achse laufen, so oft die Zahl der Triebstäbe in der Zahl der Zähne, oder so oft der Radius des Triebes im Radius des Rades enthalten ist.

Es habe z. B. das Rad 24. Zähne, der Trieb 6 Stäbe, so würde dieser sich 3 und $\frac{2}{3}$ mal um seine Achse drehen, bis das Rad einmal herumkömmt.

Bis also an einer Rädermaschine das letzte Rad einmal herum kömmt, muß der erste Trieb so oft umlaufen, so oft das Product der Zahlen aller Triebstäbe im Producte der Zahlen aller Zähne enthalten ist.

Es sey z. B. eine Maschine aus dreyen Räderen A, B, C und eben so viel Trieben *d*, *e*, *f*, zusammengesetzt.

Es

Es sey überdas die Zahl der Zähne am Rade $A = 50$
$B = 36$
$C = 25$
am Triebe $d = 6$
$e = 6$
$f = 10$

So haben wir $50 \times 36 \times 25 = 45000$
Und $6 \times 6 \times 10 = 360$

Es ist aber $\frac{45000}{360} = 125$. Es muß also der erste Trieb 125mal umlaufen bis das letzte Rad einmal herum kömmt.

§. 109. I. Anmerkung. Weil wir jedes Rad (§. 43.) für einen Hebel von der ersten Gattung ansehen können, bleibt es, die Berechnung der Rädermaschinen betreffend, bey dem allgemeinen (§. 100.) angebrachten Lehrsatz.

§. 110. II. Anmerkung. Wenn man den Abgang der Kraft durch die Geschwindigkeit bey einer Rädermaschine ersetzen will, darf man nur die Kraft nicht an das Rad, sondern an den Trieb anbringen, denn so verhält sie sich zur Last, wie der Radius der Welle, worauf sich die Schnur wickelt, zum Radius des Zirkels, den die Kraft beschreibt, so oft genommen, als der erste Trieb bey jedem Umgange des letzten Rades herumläuft.

§. 111.

§. 111. Aufgabe. Aus der gegebenen Kraft p und der Last P die Maschine, oder die Zahl der Räder sammt der Proportion bestimmen die sie zu ihren Trieben haben müssen, um das Gleichgewicht zu erhalten.

Auflösung. Man dividire die Last durch die gegebene Kraft, und löse den Quotienten in seine Factoren auf: so wird die Zahl der Factoren die Zahl der Räder geben. Die Durchmesser der Triebe aber verhalten sich zu den Durchmesseren der Räder wie 1. zu jeden aus den Factoren. Ein Beyspiel soll die Auflösung erklären.

Wir wollen z. B. eine Rädermaschine verfertigen, in welcher 3. tt. mit 180 in Gleichgewichte stehe. So ist unsre Rechnung diese.

$$\frac{180}{3} = 60$$

Es läßt sich aber die Zahl 60 in die Factoren 2. 5. 6. auflösen. So haben wir also drey Räder für unsere Maschine nöthig, und die Triebe müssen sich zu ihren Rädern wie 1 : 2, 1 : 5, 1 : 6 verhalten; denn es ist 1 : 60 = 3 : 180 das zusammengesetzte Verhältniß. (§. 100.)

§. 102.

§. 112. I. Anmerkung. Hätten wir unsern Quotienten 60 nur in zween Factoren 5 und 12 aufgelöset, würden wir nur zwey Räder, aber ein ganz anderes Verhältniß der Triebe erhalten haben, nämlich 1 : 5, und 1 : 12.

§. 113. II. Anmerkung. Wenn sich etwann die Last durch die gegebene Kraft nicht eben genau dividiren, oder der Quotient nicht bequem in Factores zerfällen läßt, kann man diesen Quotienten ohne bedenken um einen oder mehr Einser vermehren.

Eine Menge dergleichen nutzliche Aufgaben sind in Johann Georg Leutmanns vollständiger Nachricht von den Uhren 1. Th. 3. c. zu finden.

Von der Schraube ohne Ende.

§. 114. Unter allen zusammengesetzten Maschienen ist die Schraube ohne Ende eine der üblichsten. Es wird aber jede Schraube die in ein Sternrad eingreift, und es um seine Achse durch ihren Umgang bewegt, eine Schraube ohne Ende genennt. Die Kräfte dieser Maschine werden, nach dem allgemeinen Lehrsatz (§. 100.), auf folgende Art bestimmet.

§. 115. Aufgabe. Aus dem gegebenen Durchmesser

messer der Schraube Q, der Kurbellänge $sr = m$ und der Zahl der Zähne n die Kraft p finden, die hinlänglich ist die gegebene Last P in Bewegung zu setzen. (XXIII. Fig.)

Auflösung. Folgere so: $mn : Q = P : p$.

Das ist: Multiplicir die Zahl der Zähne durch die gegebene Kurbellänge, und suche zu diesem Producte, zum Durchmesser der Schraube, und zur gegebenen Last die vierte proportional Grösse, diese wird die gesuchte Kraft seyn: dahero $p = \frac{PQ}{mn}$.

§. 116. I. Anmerkung. Weil die vier grössen mn, Q, P, p in Proportion stehen, können wir aus was immer für drey gegebenen jede Vierte finden. Wir sollen z. B. aus den bekannten grössen m, Q, P, p die Zahl der Zähne $= n = x$ finden, so wird unsere Rechnung ohngefähr diese seyn.

$$mx : Q = P : p$$

Dahero $mpx = PQ$.

Und $$x = \frac{PQ}{mp}$$

Es

Es sey in der vorhergehenden Aufgabe

$$Q = 1''$$
$$m = rs = 6.$$
$$n = 50$$
$$P = 3000$$

$$\text{So ist } p = \frac{PQ}{mn} = \frac{3000}{6 \times 50} = \frac{3000}{300} = 10$$

Es verhält sich nämlich die Kraft zur Last, wie der Durchmesser der Schraube zum Product aus der Länge der Kurbel in die Zahl der Zähne.

§. 117. II. Anmerkung. Wenn die Schraube Q von dem Rade getrieben wird, ist die Bewegung ungemein schnell.

Es müssen aber in diesem Falle die Zähne schief eingeschnitten, und die Schraubengänge hoch seyn.

Von der Kurbel.

§. 118. Die Kurbel ist ein an die Achse eines Wellbaumes K (XXIV. Fig.) angebrachter gebogener Hebel, der sich um den Ruhepunct C in dem Zirkel ADEK herumbeweget. AC heisset der Arm oder Kurbelbug, AG die Warze, oder der Kurbelgrif.

§. 119. Es bleibt demnach die Berechnung dieser

ser Maschine betreffend, alles bey der Theorie des Hebels (§. 32.) Nur den Widerstand betreffend hat sie wegen ihrer ungleichen Bewegung etwas besonders, wie wir gleich sehen werden.

§. 120. Bey den Sägmühlen, Wasserpomben und dergleichen pflegt die Kurbel sonst schon ihre Dienste zu thun; ja Leupold will uns versicheren, das in Ansehung der Wassermaschienen die Ungleichheit der Kurbel selbst ihre Vortheile haben solle.

§. 121. Die Ungleichheit in Bewegung der Kurbel wahrzunehmen, dörfen wir nur betrachten, daß bey jedem Umgange der Kurbelgrif zweymal, nämlich in E und A mit der Last in den Ruhepunct zustehen komme, und hiemit die Kraft nichts zu arbeiten, zweymal aber, in D und K, wo die Kraft am weitesten von der Last entfernet ist, den ganzen Widerstand zu überwältigen habe. Zudeme äussert sich auch an der Kurbelstange eine immerwehrende Ungleichheit, da sie jetzt eine Gerade, jetzt eine schiefe Direction haben muß.

§. 122. Man hat sich freylich Mühe gegeben, dieser ungleichen Bewegung der Kurbel durch verschiedne Mittl abzuhelfen. Man brachte ein Zahnrad zwischen zwoen gekerbten Stangen, man brachte Schwungräder, und Schwungflügel an, um die Bewegung

gleich-

gleichförmiger zu machen: man suchte die Ungleichheit durch Eliptische Scheiben, durch wellenförmige oder schiefliegende Räder gar zu heben ꝛc. ꝛc. weil man vielleicht glaubte, daß bey den Wasserpomben die Kurbel unentbehrlich sey.

§. 123. Es hat aber H. Joseph Gallemayr Churbaierischer Maschinist in einem Modelle von acht Stiefeln durch eine glückliche Erfindung gezeiget, das man auch hier der Kurbel ohne weiters entbehren könne.

Seine Erfindung, auf welche er ohne Beyspiele gerathen, hat ganz ausnehmende Vortheile. Sie gründet sich auf die Theorie der Schraube, und man nimmt gleich beym ersten Anblicke des Modelles ohne weiters wahr, daß die zween schiefen Einschnitte *d e* an der grossen Welle A B (XXV. Fig.) worinn sich die Rollen *m* bey jedem Umgange zweymal hin- und her bewegen, eigentlich nichtes anders, als eine Schraube ohne Ende sey.

An den Balken G und H bewegen sich die Stangen *b c* sammt der senkrecht, und fest an sie angebrachten Stange *m* K um den Punct K, wodurch bey jedem Umgange der Welle A B der Druck wechselweis jederzeit auf zween Stiefl *p* und Q zugleich geschieht, und wenn wir die andere Seite eben so betrachten, auf vier.

Weil das Wasserrad eben an dem Mittelpuncte C der Welle A B angebracht ist, würde es vielleicht so schwer nicht zu erweisen seyn, daß, um bey dieser Maschine die nämliche Wirkung zu erhalten, schon etwann die Hälfte desjenigen Wassers hinlänglich wäre sie zu bewegen, welches man zu was immer für einen anderen Kurbelwerk würde vonnöthen haben, besonders, wenn die Stangen *b c* und *m k* in gehöriger Proportion angenommen werden.

Diese Maschine scheinet mir viel zu einfach zu seyn, als daß ich an ihrer Dauerhaftigkeit zweifeln könnte. War ists, die Erfindung ist neu, und wir haben von einer solchen Maschine in der Hydraulick noch keine Versuche gemacht; wir haben aber ähnliche Versuche in der Mechanik, die uns des glücklichen Erfolges auch in der Hydraulik versicheren könnten.

Freylich hat man sich bey dergleichen Maschinen insgemein nicht auf die Modelle zu verlassen, und haben wir manchmal an dem kleinen Modelle die besten Wirkungen gesehen; doch war die Maschine, die man genau darnach gebauet, unbrauchbar.

Allein der Erfinder dieses Modells hat uns schon eine Menge der sinreichesten Maschinen geliefert, die, ob sie schon außer Landes vielleicht mehr Beyfall, als

in

in ihrem Vaterlande gefunden, dennoch alle in ihren Wirkungen bewundernswürdig, und glücklich waren.

Ich sah vor kurzem bey ihm ein Model eines sogenannten Rosenkranzes oder Schapfenwerkes, welche Gattung jederzeit für eine der besten in diesem Fache angesehen worden, und man muß dem Herrn Erfinder das Recht wiederfahren lassen, daß er das Glück gehabt, alle bisher erfundene Schöpf-Eimer um ein merkliches zu verbesseren.

Die von einem Rivius, Vitruvius, Boeckeler, Ramell, die von dem zwickauischen und bremensischen Wasserbaumeister erfundenen Schöpfer haben ihre bedenklichen Fehler; denn entweder füllen sie sich nicht ganz, oder sie schütten nicht alles Wasser aus, oder sie schütten es zu fruh, oder zu späth aus, oder das Rad muß, um sie zu füllen, viel zu tief in das Wasser gesenkt, und also die Bewegung schwerer, und gehemmet werden.

Seine Schöpfer entgegen brauchen nur bis an die Peripherie des Rades versenkt zu werden: sie füllen sich vollkommen: sie leeren sich eben zur rechter Zeit am Scheitlpuncte der oberen Walze, und bis auf den letzten Tropfen aus.

§. 124. I. Anmerkung. Da ich bey dieser Gelegenheit auf diese Gattung der Wassermaschinen gerathen, muß ich den Leser erinneren, daß die mehrsten Hydrauliker den Rosenkranz, oder das Schapfenwerk allen Saug- und Druckwerkern vorziehen, weil diese insgemein mehr Friction zu leiden haben, und immer reparirt werden wollen. Die Schöpfer entgegen verursachen fast gar keine Friction: sie tragen in der nämlichen Zeit weit mehr Wassers, und weit leichter in die Höhe, als man immer durch ein Druck oder Saugwerk bringen kann, besonders, wenn sie in einer beträchtlichen Höhe etwas weiters auseinander gesetzt, und ihrer nicht gar zu viel zusammengehenkt werden.

§. 125. II. Anmerkung. Meine Absicht war nicht, durch diesen kurzen Unterricht einen ausgemachten Mechaniker zu gestalten. Ich suchte nur einem Anfänger zu zeigen, wie er seine Mathematik auch auf die Mechanik anwenden könne. Wer sich auf diese Wissenschaft besonders zu begeben im Sinne hat, der kann sich Jacob Leupolds *theatrum machinarum* anschaffen, dessen Verfasser es bisher vielleicht niemand (die Practik belangend) in diesem Fache bevorgethan. Unsers P. Joseph Walchers auf der Universität zu Wien der Mathematik und Mechanik offentlichen Lehrers kurzer Inhalt der Mechanischen Collegien ist für einen Anfänger treflich geschrieben. Nur wünschte ich, daß alle Anfänger der Mechanik den Lobwürdigen Vorwitz besitzten, so viel sie nur können, verschiedne Gattungen der

Ma-

Maschinen, Säg-Korn, Pulver-Stampf- und andere Mühlen, Hebmaschinen, Hammer- und Schlagwerke ꝛc. die sie theils in ihrem Vaterlande, theils auf ihren Reisen in allen Ländern genug antreffen werden, zu sehen, um sie nach den Lehrsätzen ihrer Mathematik zu untersuchen, zu berechnen, und zu beurtheilen. Erst vor einigen Wochen traf ich in dem schönen Churbairischen Flecken Rosenheim auf dem Meßinghammer eine Dratzugmaschine an, die, weil sie sogar einfach, mir sowohl gefiel, daß ich sie fast für unverbesserlich hielt.

§. 126. III. Anmerkung. Zum Beschluß dieses practischen Theiles, muß ich nur noch, den Anfängern zu lieb, eine kleine Erinnerung hersetzen, die sich manchmal ihre Arbeit verdrüßlich werden lassen, so bald sie wahrnehmen, wie sehr zu weilen die wirkliche Ausübung von den Lehrsätzen abweichet, auf welche sie doch in ihrer Theorie so zuverläßig gebauet hatten. Und vielleicht ist diese Uneinigkeit der Theorie und Practick untereinander eben dasjenige, was schon viele, auch sonst witzig, und geschickte Köpfe auf die Gedanken gebracht, es müsse an der theoretischen Mathematik so viel nicht seyn, als man vorgiebt, und man könne dieselbe in der Mechanick, in der Hydraulick, in der Statick ꝛc. und besonders in der Artillerie ohne Nachtheile, und ohne Bedenken mißen. Nein: eine gesunde Practick kann niemal ohne Theorie bestehen, und habe ich mich hierüber ja schon deutlich genug in der Vorrede meines theoretischen Theiles erkläret. Stimmt die practische Ausübung mit dem theoretischen Lehrsatze nicht überein, bleibt doch

immer die Theorie in ihrem Werthe, und müssen wir die Ursache darüber in immerwehrender Abänderung solcher Umstände suchen, welche die Theorie weder betrachten kann, noch will; ja nur gar zu oft hat der ungelehrte Practicant selber die Schuld, der in seiner Ausübung gewiß glücklicher seyn würde, wenn er nur einen guten Theoristen an der Seite hätte, der ihn leitete. Vor allen findet diese Erinnerung in unserer Balistick Platz, weil in dem wirklichen Bombenwerfen so viele Umstände vorkommen, welche die sonst unstrittigen Folgen unserer ungezweifelten Lehrsätze verwirren; die verschiedenheit des Pulvers, die ungleiche Entzündung, die Ungleichheit der Bomben, die manchmal unrichtigen Quadranten, die, so zu reden, alle Augenblicke abwechselnde Veränderungen der Luft, und tausend andere dergleichen Dinge sind es, auf die man wohl in der wirklichen Ausübung, nimmermehr aber in allgemeinen theoretischen Lehrsätzen acht geben kann. Doch wird sich ein Artillerist bey verschiedenen Umständen gewiß nicht anderst, als nur wieder aus der allgemeinen Theorie gründlich zu helfen, und diese jetzt so, jetzt anderst anzuwenden wissen, nachdem es die Umstände forderen, wenigstens diejenigen, die ihm bekannt seyn können, da indessen auch der geübteste Practicant sich gleichwohl der Erfahrung blind überlassen muß, ohne zu wissen, warum er so, und nicht anderst gearbeitet.

Ich habe diese Anmerkung nicht weglassen wollen, damit ein Anfänger seine auf die Theorie verwandte Mühe sich etwann nicht reuen lasse, wenn er mit Un-

willen

willen sehen muß, daß sich manchmal die wirkliche Ausübung so weit davon entfernet, besonders, wenn er in Anwendung seiner Theorie noch nicht hinlänglich geübet ist. Er wird doch jederzeit das einem Gelehrten so anständige Vergnügen dabey haben, die gründliche Ursache des fehlgeschlagenen Versuches aufdecken, und angeben zu können.

A. Z. G. E. G.

Ver-

Verzeichniß
der
Materien,
worüber in diesem practischen Theile gehandelt wird.

Anwendung der Elementargeometrie zur Meßkunst.

I. Abschnitt.

Von den Maaßstäben.

Blatt.

1. Abhandlung. Von den Maaßstäben der Linien, oder der Längen. - - - - 13
2. Abhandl. Von den Maaßstäben der Körper. 37

II. Ab-

II. Abschnitt.

Von dem Feldmessen.

Blatt.

1. Abhandl. Von den zur practischen Geometrie nöthigen Instrumenten überhaupt. - - 70
2. Abhandl. Von Austheilung des Scheibeninstruments oder eines Quadrantens in Sonderheit. 76
3. Abhandl. Von dem Nonius. - - 78
4. Abhandl. Practische Aufgaben über das Feldmessen. - - - - 86
   Beschreibung eines neuen Parallellineals das sich immer senkrecht fortschiebet ꝛc. - - 97
5. Abhandl. Von der Wasserwaage und ihrem Gebrauche. - - - - - 118

Practische Anwendung der theoretischen Geometrie auf die Balistik.

I. Abschnitt.

Von der einfachen Bewegung.

1. Abhandl. Allgemeine Begriffe von der Bewegung der Körper überhaupt. - - - 129
2. Abhandl. Von der beschleunigten Bewegung. 139
3. Abhandl. Von der gehemmten Bewegung. 144

II. Abschnitt.

Von der zusammengesetzten Bewegung.

1. Abhandl. Allgemeine Begriffe. - - 151

Blatt.
2. Abhandl. Von der Parabolischen Bewegung in Sonderheit. - - - - 154

Anwendung der Elementargeometrie auf die Mechanik.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen. - - - - 203

II. Abschnitt.

Von den Maschinen überhaupt. - - 210

III. Abschnitt.

Von den einfachen Maschinen in Sonderheit. 211
Von dem Hebel. - - - 212
Von dem Rade an der Welle. - - 219
Von der Rolle oder Flaschenscheibe. - - 223
Von der schiefen Fläche. - - - - 225
Von der Schraube. - - - - 230
Von dem Keile. - - - - 232

IV. Abschnitt.

Von den Hindernissen der Bewegung.

Vom Widerstande der Mitteldinge. - - 234
Von Berechnung dieses Widerstandes. - - 235
Von dem Widerstande der Reubung. - - 238
Von Berechnung dieses Widerstandes. - - 240
Von den Mitteln wider die Friction. - - 243

V. Ab-

V. Abschnitt.

Blatt.

Von den zusammengesetzten Maschinen. 245

Von Berechnung der zusammengesetzten Maschinen. 246

Von den Rädern, und ihrer Zusammensetzung in Sonderheit. - - - - - - 249

Von der Schraube ohne Ende. - - 253

Von der Kurbel. - - - - 255

Ver-

Verzeichniß

der Aufgaben die in diesem practischen Theile vorkommen.

Aus der practischen Geometrie.

Von den Maaßstäben der Längen.

Blatt.

Einen Linien- oder Längenmaaßstab verfertigen. 13
Eine Linie messen, die kleiner- oder größer ist, als der verfertigte Maaßstab. - - - 14
Einen Decimalmaaßstab verfertigen. - - 15
Von seinen Gebrauche - - - 16
Einen Linientheiler verfertigen. - - 17
Verschiedne Theile einer gegebenen Linie, z. B. eines Werkzolles, auf einem Maaßstabe bestimmen. 19
Einen Chorden oder Sennenmaaßstab verfertigen. 21
Das Maaß eines gegebenen Winkels auf dem Chordenmaaßstabe bestimmen. - - 24
Einen gegebenen Winkel an einen gegebenen Punct auf dem Papiere beschreiben. - - 24
Ein regulares Polygon durch Beyhilfe des Chordenmaaßstabes in einen Zirkel beschreiben. - 25
Ein regulares Polygon aussenher um einen Zirkel beschreiben. - - - - 27
Ein regulares Polygon durch Beyhilfe des Decimal- oder tausendtheiligen Maaßstabes beschreiben. 28.
Ueber eine gegebene Linie ein regulares Polygon beschreiben. - - - 30

Ei-

Blatt.
Einen Universalmaaßstab verfertigen. - - - 32
Jede gegebene Linie in eine bestimmte Zahl gleicher Theile durch den Universalmaaßstab theilen. 33
Eine oder mehr Linien mit einer anderen vergleichen, die auf dem Maaßstabe schon zuvor abgemessen worden. - - - 34

Von den Maaßstäben der Körper.

Eine Quadratvisirruthe geometrisch verfertigen - 39
Eine Ziffertafel verfertigen, nach der die Visirruthe leicht, und genau kann getheilet werden. - 40
Eine Quadratruthe Arithmetisch verfertigen. - 44
Den Innhalt eines Fasses durch die Quadratruthe bestimmen. - - - 50
Einen einmäßigen Cylinder finden, dessen Höhe sich zum Diameter der Grundfläche wie 2. 1. verhalte. - - - 53
Eine cubische Visirruthe verfertigen. - - 57
Den Innhalt eines Fasses durch die Cubicruthe bestimmen. - - - 60

Von dem Calibermaaßstabe.

Den Durchmesser einer bley- eisen- oder steinernen Kugel, derer jede eben ein Pfund wiegt, genau durch die Rechnung bestimmen. - - 62
Einen Calibermaaßstab nach der cubischen Ziffertafel verfertigen. - - - 66

Von dem Feldmessen.

Einen Nonius verfertigen. - - 78
Von dessen Gebrauche. - - 81

Eine

Blatt.
Eine gerade Linie auf dem Felde auszeichnen. - 86
Eine gerade Linie auf dem Felde messen. - 88
Auf dem Felde eine Perpendicularlinie auf eine andere gegebene Linie ziehen. - - 90
Eine mit einer gegebenen parallellaufende Linie auf dem Felde ziehen. - - - 91
Ueber einen Berg, den man besteigen kann, eine gerade Horizontallinie fortziehen. - - 92
Einen Winkel auf dem Felde messen. - 94
Einen mit dem Astrolabio gefundenen Winkel, so genau als es möglich, zu Papier bringen. 96
Soviel Parallellinien als man begehrt in bestimmter Entfernung voneinander auf dem Papier ohne Zirkel und Maaßstabe ziehen. - - 96
Die Entfernung zweyer oder mehrer Oerter abmessen. 102
Eine Fläche messen, die man allenthalben durchgehen kann. - - - 105
Eine Fläche, z. B. einen Teich, oder Weyher ꝛc. abmessen, wodurch man nicht kommen kann. 106
Die Entfernung dreyer Oerter, derer Abstand untereinander bekannt ist, von einem Puncte, oder vierten Orte Geometrisch bestimmen. - 108

Von dem Höhen-messen.

Eine Höhe messen, zu der man kommen kann. 111
Eine Höhe messen, zu der man nicht kommen kann. 112
Eine Höhe messen, wenn die Grundlinie von der Horizontallinie unter einem Winkel abweichet. 113
Was immer für eine ausländische nach der landüblichen Ruthe ohne Rechnung reduciren. - 116

Von

Von der Wasserwaage und ihrem Gebrauche.

Blatt.

Bestimmen, um wie viel ein Ort höher, als ein anderer liegt. - - - 119

Die Abweichung der scheinbaren Horizontallinie von der wahren für jede gegebene Entfernung bestimmen. - - - 122

Eine Tabelle über diese Abweichung verfertigen. 123

Aus der Balistik.

Von der einfachen, und gleichförmigen Bewegung.

Aus den gegebenen Geschwindigkeiten zweener Körper die Räume und die Zeit finden, in der jeder seinen Raum hinter sich leget. - 135

Aus der gegebenen forttreibenden Kraft die Räume finden. - - - 136

Aus der gegebenen forttreibenden Kraft die Zeit bestimmen. - - - 136

Aus der gegebenen Bewegungskraft die Massen, womit das Gewichte der Körper jederzeit in Proportion stehet, bestimmen. - - - 137

Von der beschleunigten Bewegung.

Ein Körper fällt in der gegebenen Zeit von einer gegebenen Höhe; man soll den Raum bestimmen, den der Körper im ersten Theilgen dieser Zeit gemacht. - - - 146

Aus

Blatt.

Aus der gegebenen Zeit, in welcher der Körper einen bestimmten Raum durchläuft, die Zeit finden, in welcher er einen anderen bestimmten Raum hinter sich legen würde. - - 148

Aus der gegebenen Zeit und dem Raume einen anderen Raum bestimmen, den der Körper in einer anderen gegebenen Zeit durchlaufen würde. - 149

Von der zusammengesetzten Bewegung, und von der parabolischen insonderheit.

Die Höhe finden, von welcher ein Körper frey herabfallen müßte, um am Ende seines Falles eine Geschwindigkeit zu haben, kraft welcher er durch gleichförmige Bewegung einen gegebenen Raum in der nämlichen Zeit durchlaufen würde, in welcher Zeit er einen anderen bestimmten Raum durch die beschleunigte Bewegung zurück legen würde. 160

Aus der Weite einer Parabel sammt dem Inclinationswinkel, und dem Winkel, welchen die Directionslinie mit dem Parameter machet, die Linie des Falles, die Directionslinie, und den Parameter finden. - - - 168

Den Winkel finden, unter welchem man eine Bombe werfen müsse, um damit ein bestimmtes Ziel, oder Weite zu erreichen, wenn dieses Ziel auf der nämlichen Horizontallinie mit dem Mörser stehet. - - - - 170

Eben diesen Winkel finden, wenn das Ziel höher oder niederer als der Mörser, lieget. - - 174

Aus der Weite des Wurfes und dem Elevationswinkel die Höhe der Parabel bestimmen. - - 180

Aus

Blatt.
Aus dem bekannten Elevationswinkel die Weite des Wurfes auf einer ebenen Horizontalfläche bestimmen. - - - - 181
Den Elevationswinkel finden, um eine bestimmte Weite des Wurfes zu erreichen. - - 183
Die Weite einer Parabel bestimmen, wenn das Ziel tiefer, oder höher, als die Batterie, lieget. 188
Eine Bombe aus einem gegebenen Orte auf einen bestimmten Punct einer schiefen Fläche, der höher, oder niederer als die Batterie lieget, z. B. auf einen Berg, oder in ein Thal werfen. - 191

Von Anwendung der Parabel zur Catoptrik.

Einen parabolischen Brennspiegel verfertigen. - 199
Das Licht einer gemeinen Lampe so verstärken, daß man in einer etwelche hundert Schuhe weiten Entfernung davon einen auch kleinen Druck noch deutlich unterscheiden, und bequem lesen könne. 201

Aus der Mechanik.

Vom Mittelpuncte der Schwere.

Den Mittelpunct der Schwere eines Körpers mechanisch bestimmen. - - - 206
Den Mittelpunct der Schwere in was immer für einen gleichdichten Dreyecke, das von einerley Materie ist, bestimmen. - - 207
Den Mittelpunct der Schwere in einem rechtwinklichten Dreyecke bestimmen. - - - - 208
Den Mittelpunct der Schwere in einer parabolischen Fläche finden. - - - - 208

Blatt.
Den Mittelpunct der Schwere in einem Zirkelbogen bestimmen. - - - 208

Von den einfachen Maschinen.

Aus der gegebenen Länge des Hebels, der Kraft, und der Last im Gleichgewichte, den Abstand der Kraft bestimmen. - - - 215
Eine gemeine Waage prüfen. - 216
Mit einer unrichtigen Waage die wahre Schwere einer Last, und die Größe des Betruges an der Waage bestimmen. - - 216

Von dem Rade an der Welle.

Aus der gegebenen Kraft sammt ihrem Abstande, und der Last den Durchmesser des Rades bestimmen. 221
Aus der gegebenen Last, dem Abstande der Kraft, und dem Abstande der Last die Kraft bestimmen. - 221

Von der Rolle oder Flaschenscheibe.

Das Verhältniß der Kraft zur gegebenen Last, oder im Gegentheile der Last zur gegebenen Kraft bey der beweglichen sowohl, als unbeweglichen Rolle bestimmen. - - - 223

Von der schiefen Fläche.

Das Verhältniß der Kraft zur Last auf einer schiefen Fläche bestimmen, wenn die Direction der Kraft mit der Länge der Fläche parallel läuft. - 228

Das

Blatt.

Das Verhältniß der Kraft zur Last auf einer schiefen Fläche bestimmen, wenn die Direction der Kraft mit dem Horizonte, oder mit der Grundfläche parallelläuft. - - - 229

Den Schlag oder Stoß eines fallenden Schlägels, oder sogenannten Hoy, dessen Schwere bekannt ist aus der Höhe, oder im Gegentheile die Höhe für den verlangten Stoß bestimmen. - 230

Von der Schraube.

Aus dem gegebenen Abstande zweener Schraubengänge, der Länge des Hebels, und der Peripherie der Spindel das Verhältniß der Kraft zur Last bestimmen. - - - 231

Von dem Keile.

Aus dem gegebenen Winkel, den die zwo schiefen Flächen eines Keiles miteinander machen, und aus der Länge dieser Flächen ꝛc. das Verhältniß der Kraft zur Last bestimmen. - 232

Von den Hindernissen der Bewegung.

Vom Widerstande der Mitteldinge.

Das Verhältniß dieses Widerstandes in verschiedenen Mitteldingen, z. B. in der Luft, im Wasser, im Oele ꝛc. durch die Erfahrung bestimmen. - 235

Das Verhältniß dieses Widerstandes, wenigstens beynahe, durch die Rechnung bestimmen. - 236

Von dem Widerstande der Reubung.

Den Widerstand der Friction oder Reubung an solchen Körpern, die eben keiner gar feinen Politur fähig sind, durch ein Experiment bestimmen. - 241

Von den zusammengesetzten Maschinen.

Blatt.

Das Verhältniß der Kraft zur Last in jeder zusammengesetzter Maschine überhaupt durch die Rechnung bestimmen. - - - 247

Das nämliche Verhältniß bey einem Flaschenzuge von mehr beweglichen Rollen bestimmen. - 248

Von den Rädern.

Aus der gegebenen Zahl der Räder, und ihrer Zähne, aus der Zahl der Triebe, und ihrer Triebstäbe die Zahl der Umgänge des ersten Triebes an einer Rädermaschine durch die Rechnung bestimmen. 251

Aus der gegebenen Kraft und der Last die Maschine, das ist, die Zahl der Räder sammt der Proportion bestimmen, die sie zu ihren Trieben haben müssen, um das Gleichgewicht zu erhalten. 252

Von der Schraube ohne Ende.

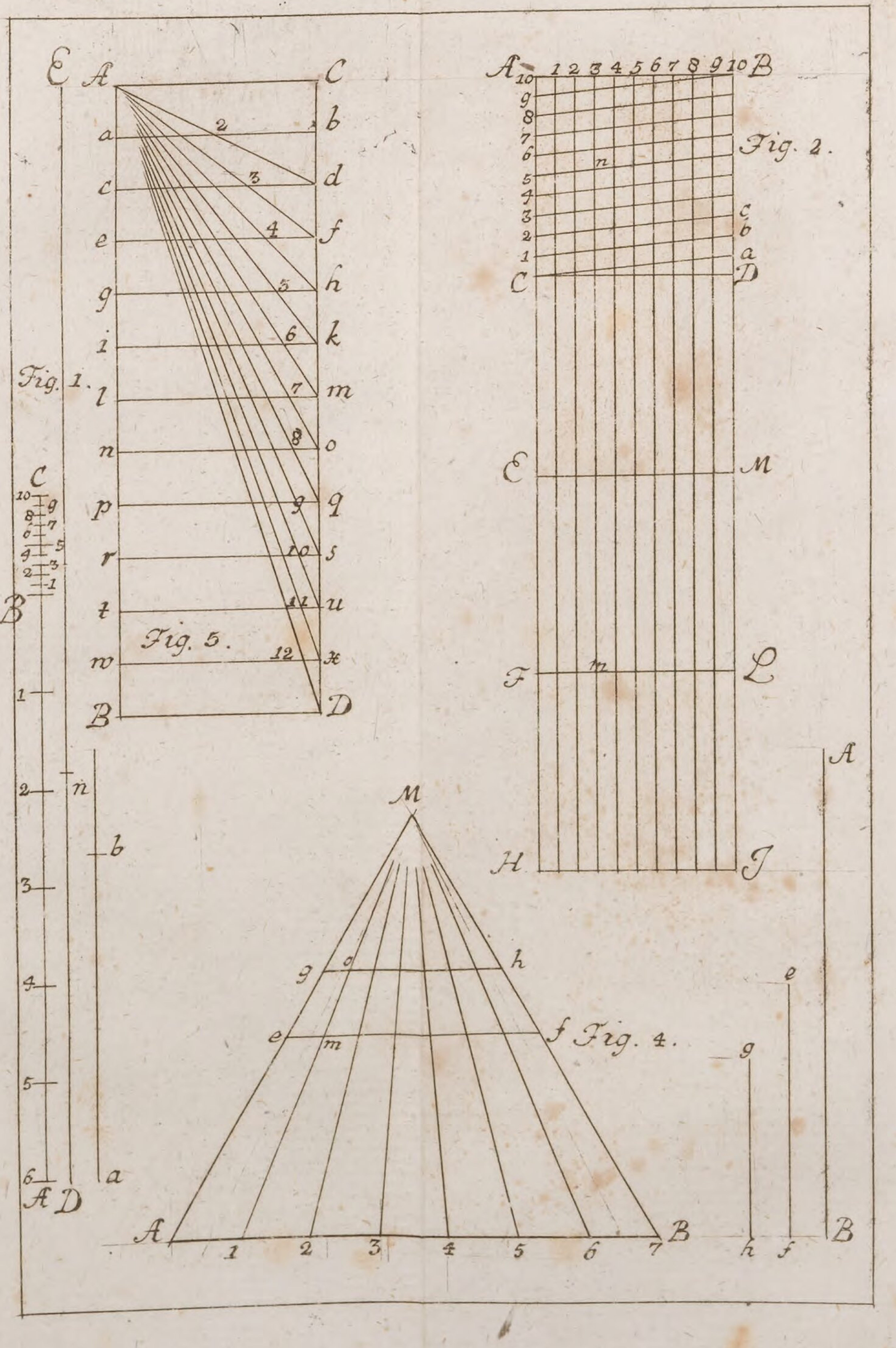
Aus dem gegebenen Durchmesser der Schraube, aus der Kurbellänge, und der Zahl der Zähne am Rade die Kraft finden, welche hinlänglich ist die gegebene Last in Bewegung zu setzen. - 254

Von der Kurbel.

Ob und wie man bey den Wassermaschinen der Kurbel entbehren könne. - - 257

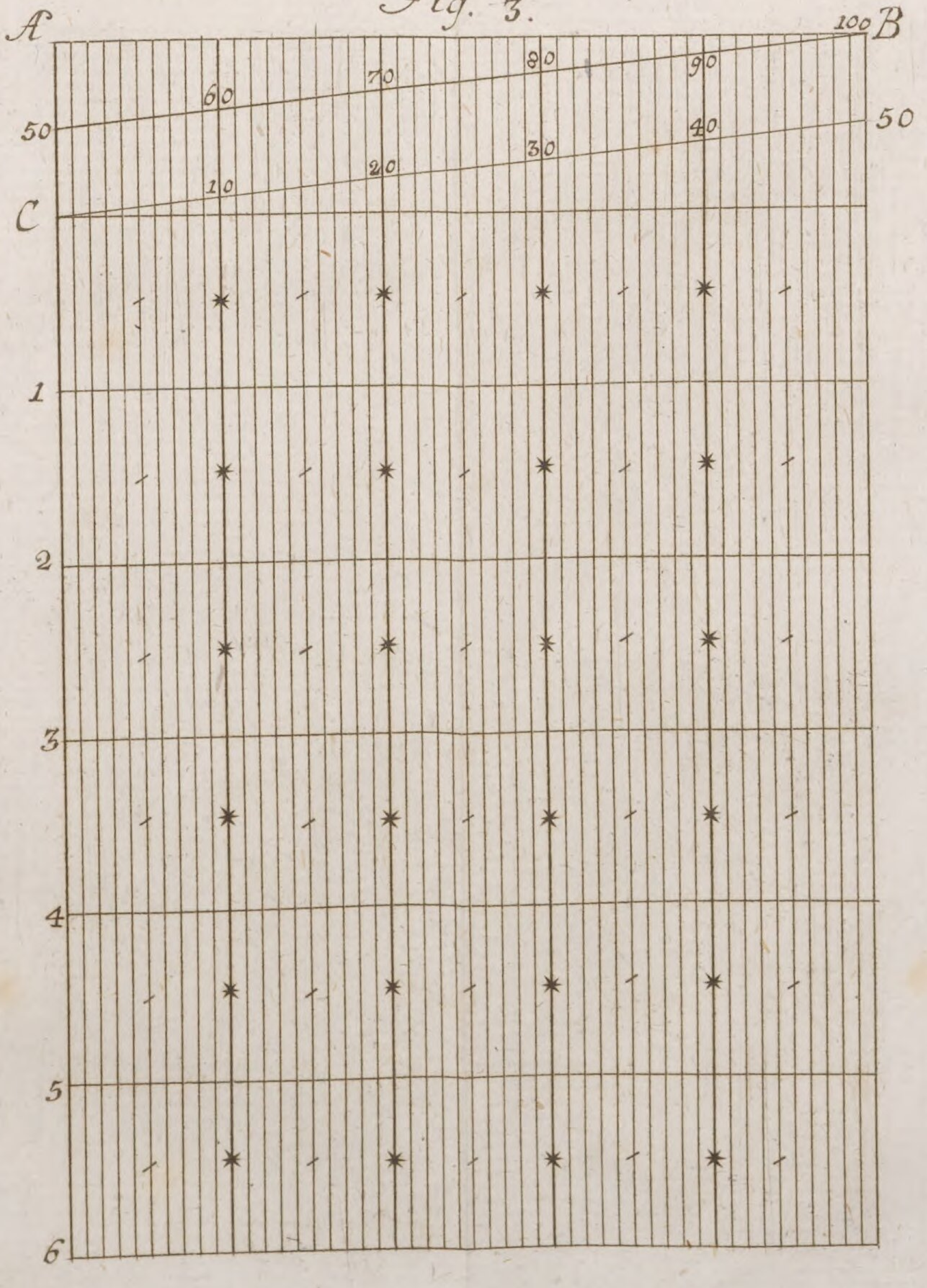
A. Z. G. E. G.

Tab. 1.



Tab. 2.

Fig. 3.



Tab. 3.

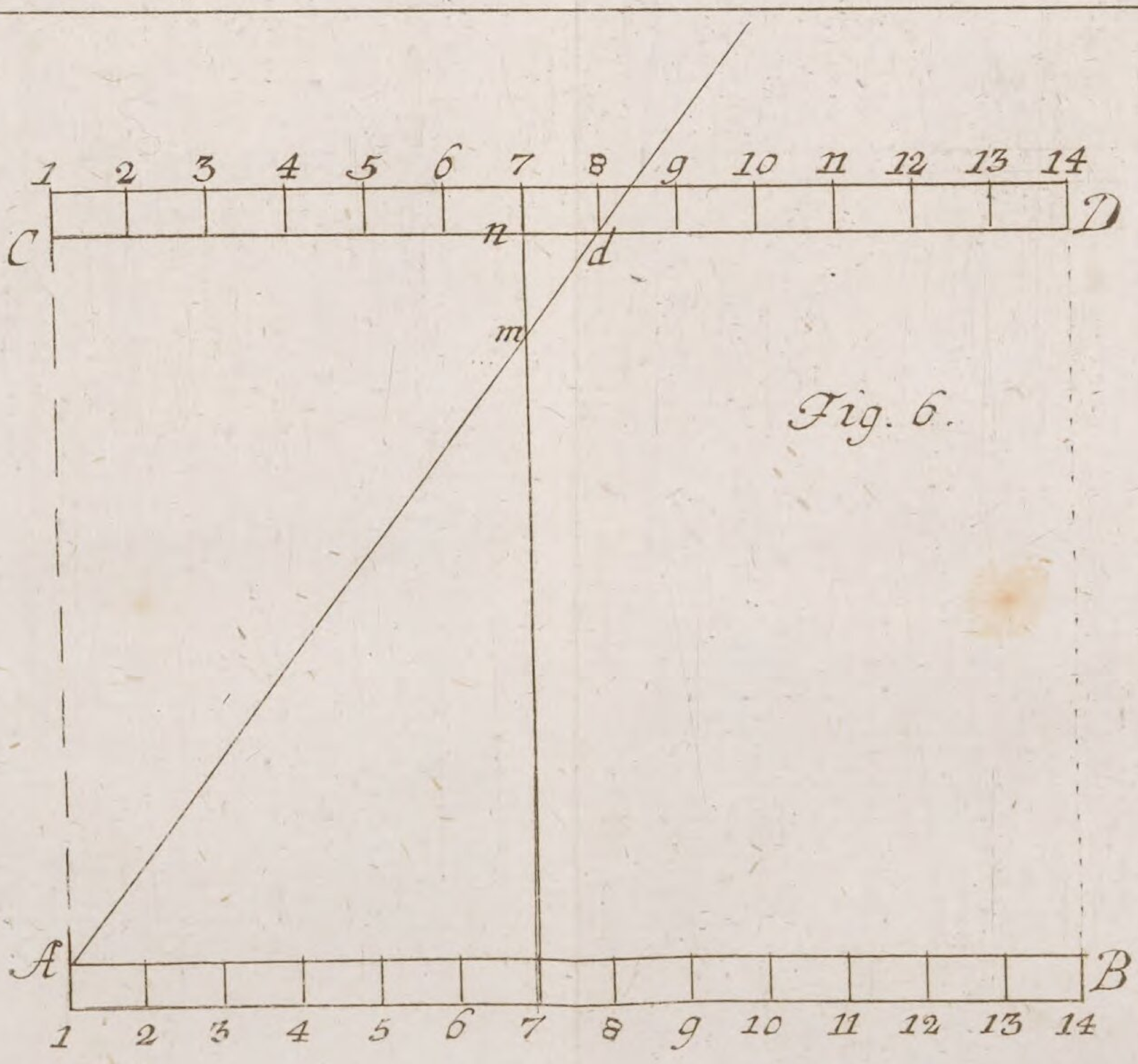


Fig. 6.

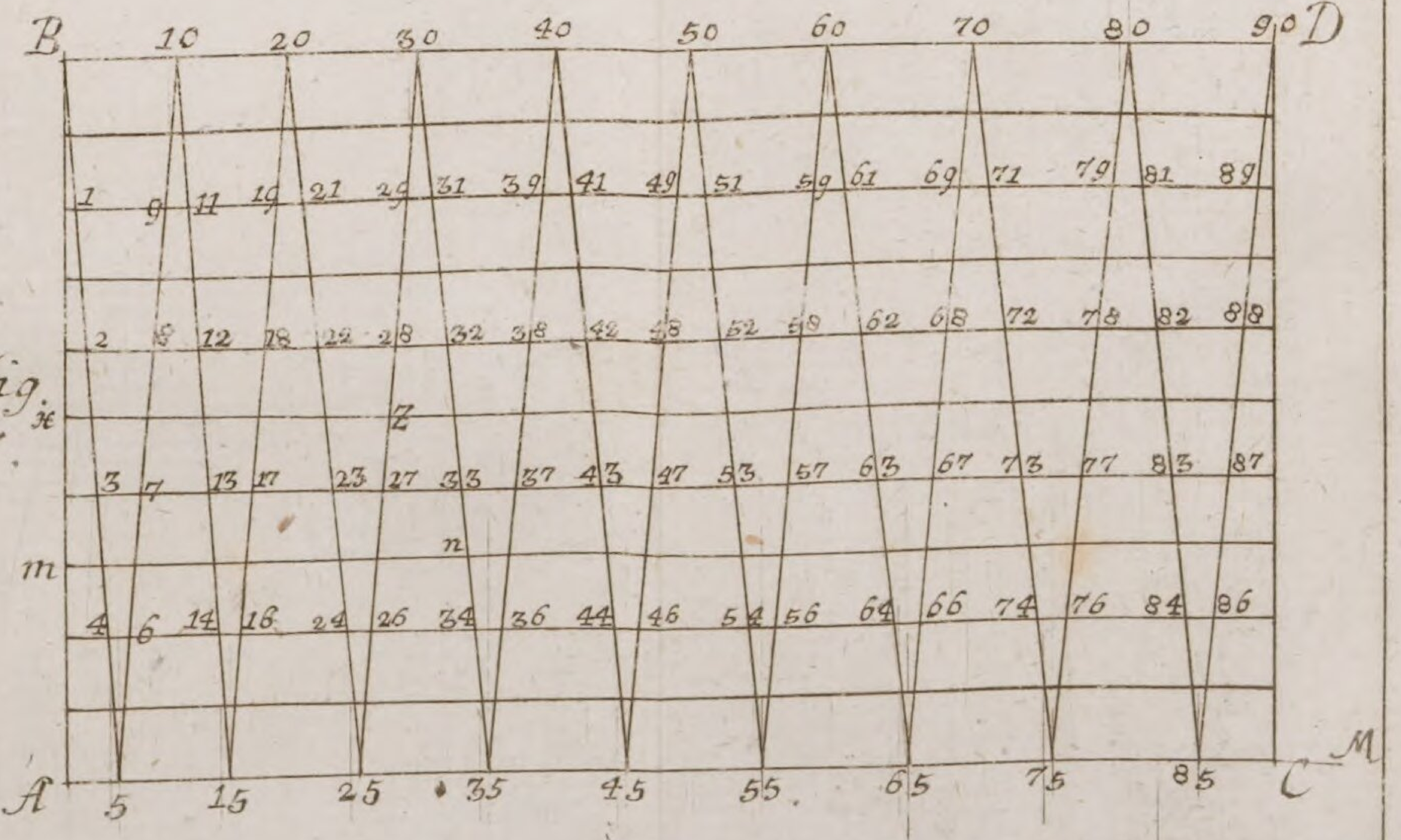
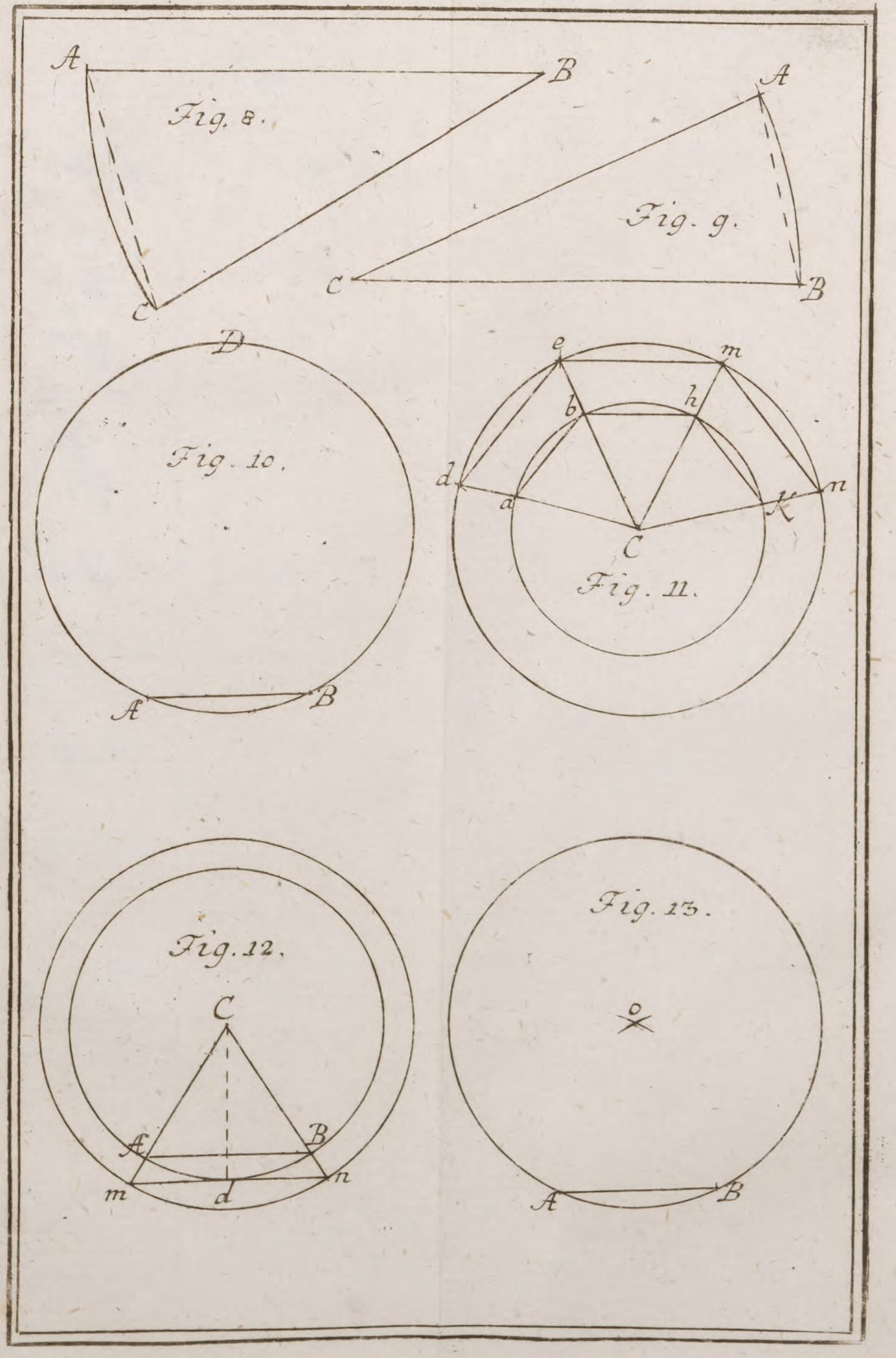


Fig. 7.

Tab. 4.



Tab. 5.

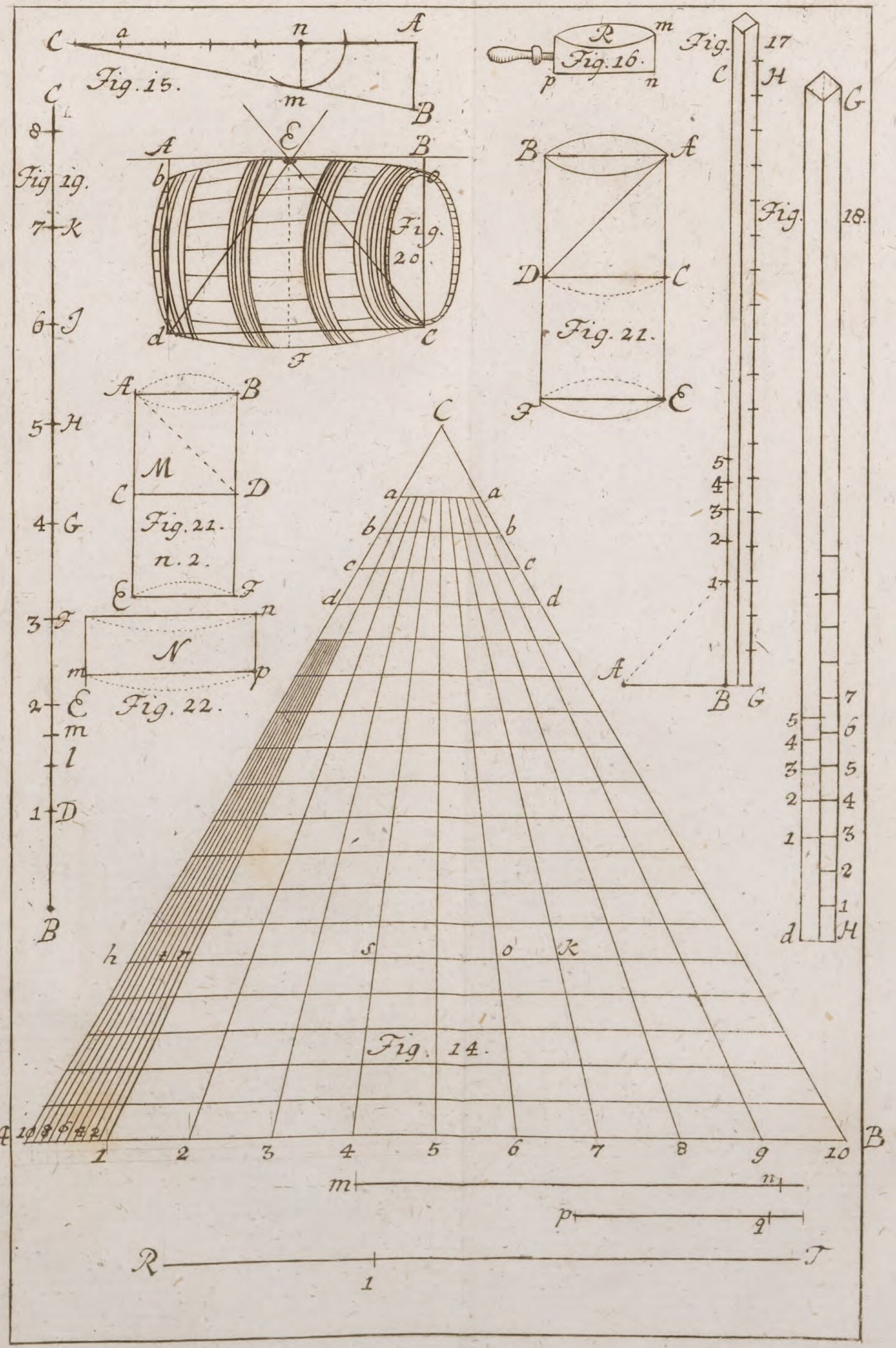


Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 21. n. 2.
Fig. 22.
Fig. 14.

Tab. 6.

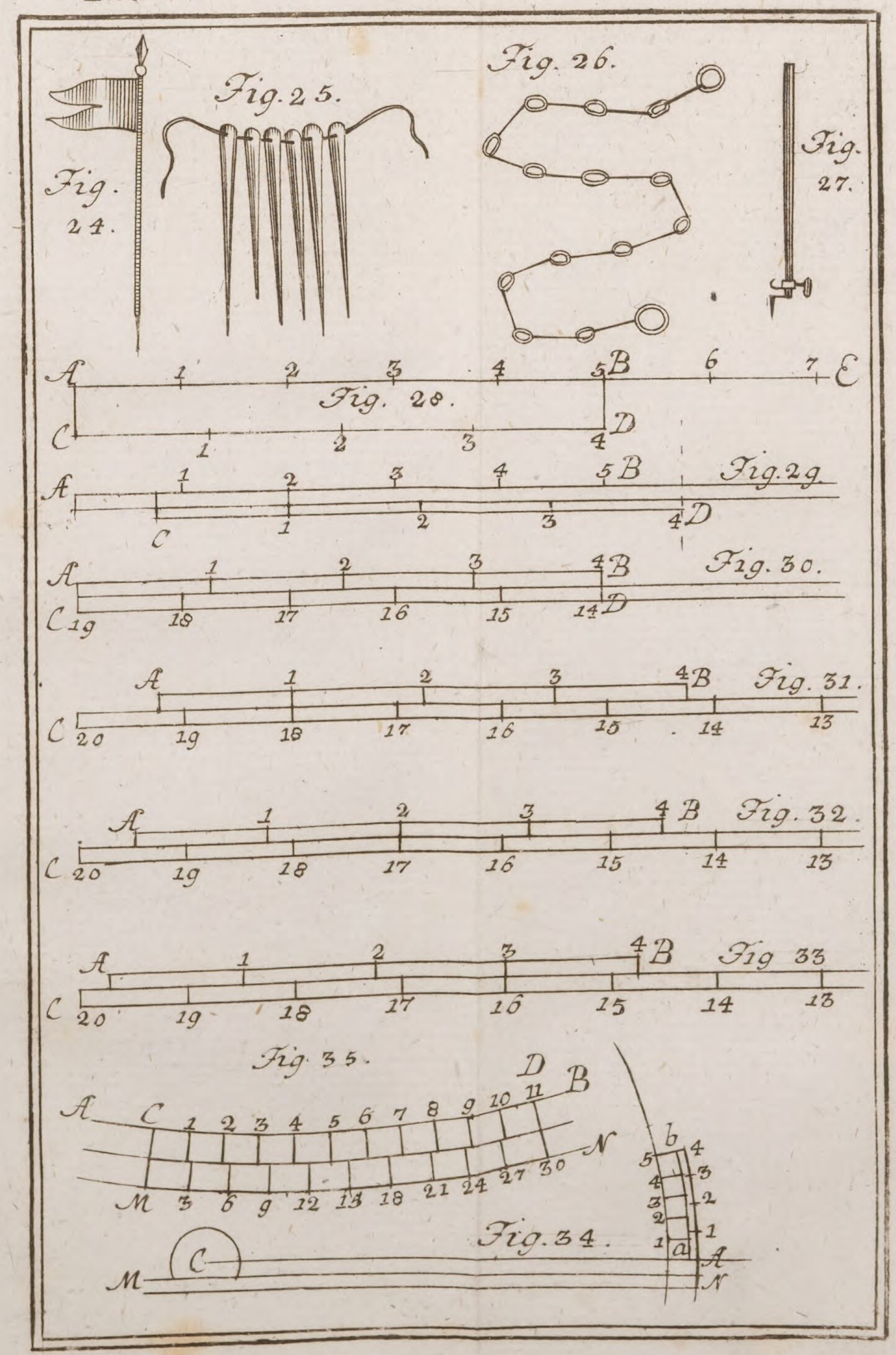
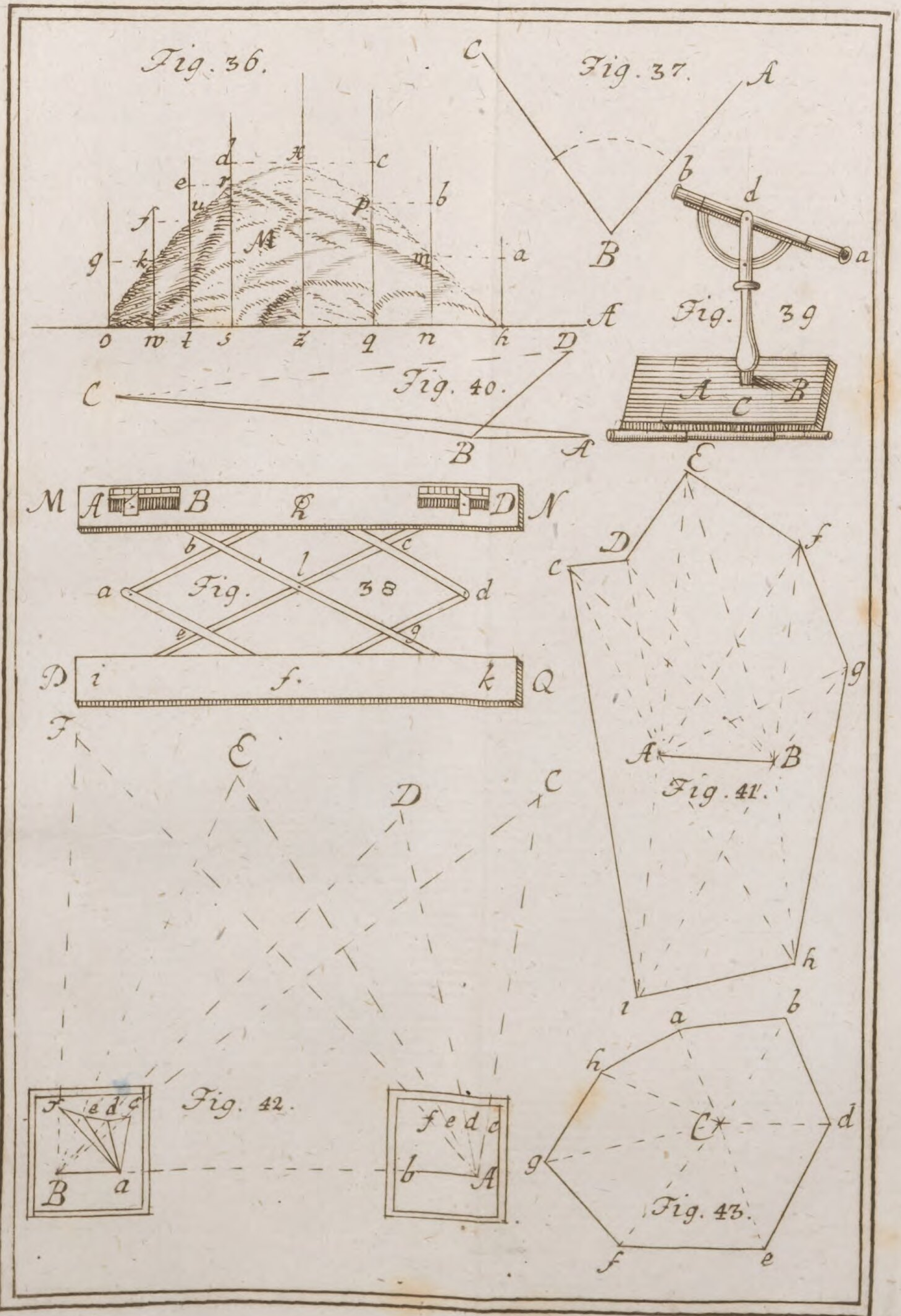


Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig 33
Fig. 34.
Fig. 35.
A 1 2 3 4 5 B 6 7 E
C 1 2 3 4 D
A 1 2 3 4 5 B
C 1 2 3 4 D
A 1 2 3 4 B
C 19 18 17 16 15 14 D
A 1 2 3 4 B
C 20 19 18 17 16 15 14 13
A 1 2 3 4 B
C 20 19 18 17 16 15 14 13
A 1 2 3 4 B
C 20 19 18 17 16 15 14 13
A C 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 D B
N
M 3 6 9 12 13 18 21 24 27 30
b a A N
M C

Tab. 7.



Tab. 8.

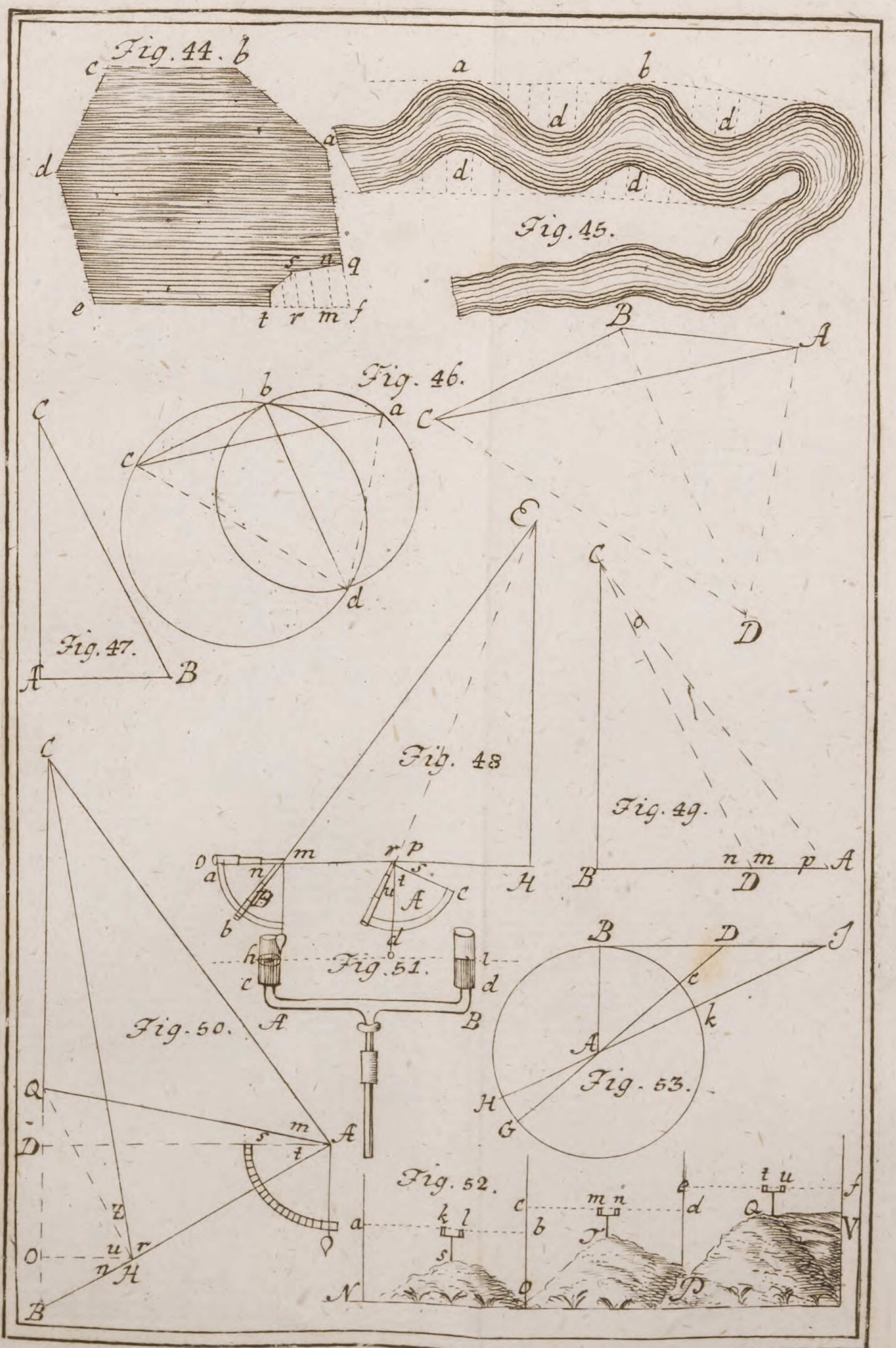
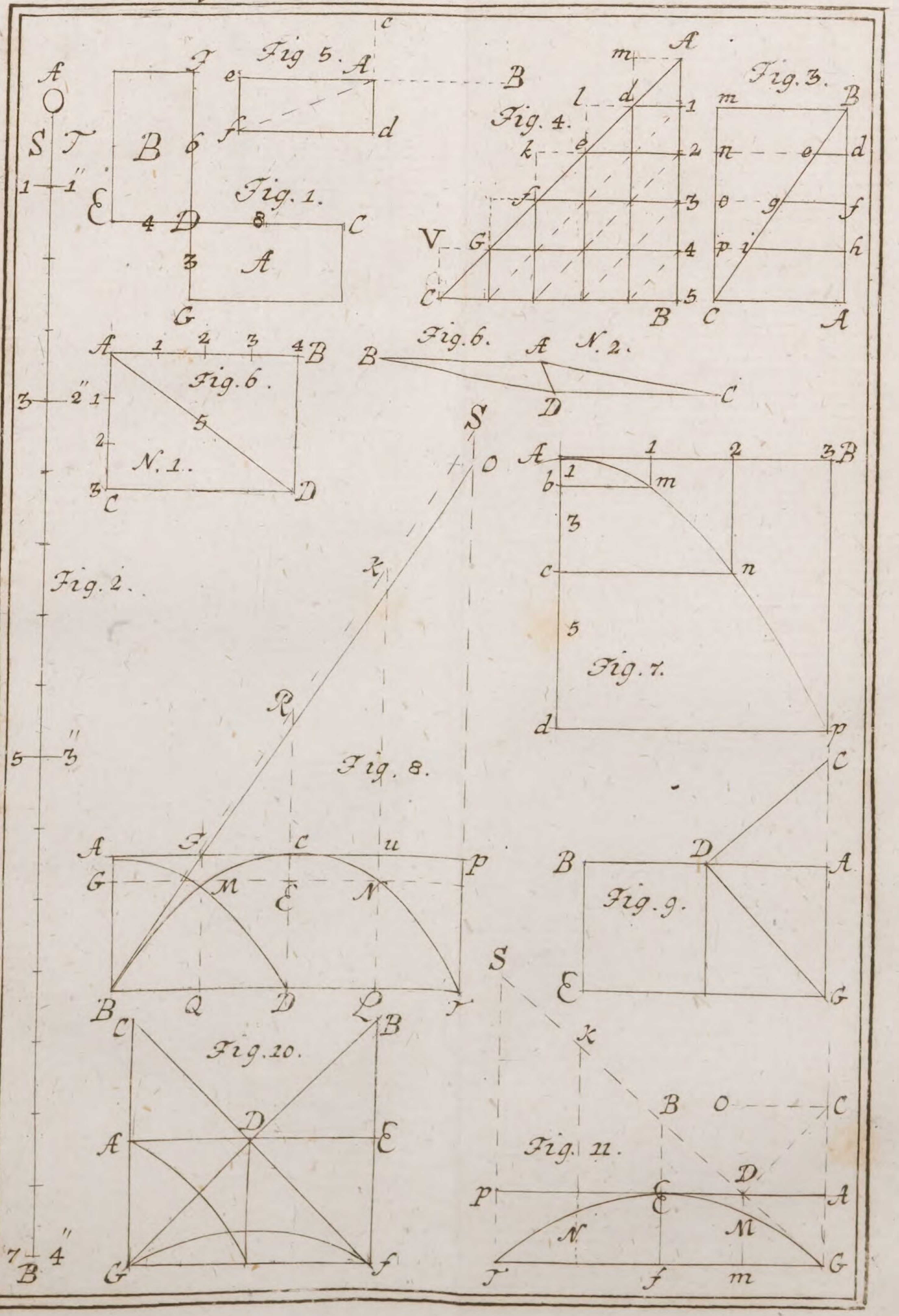
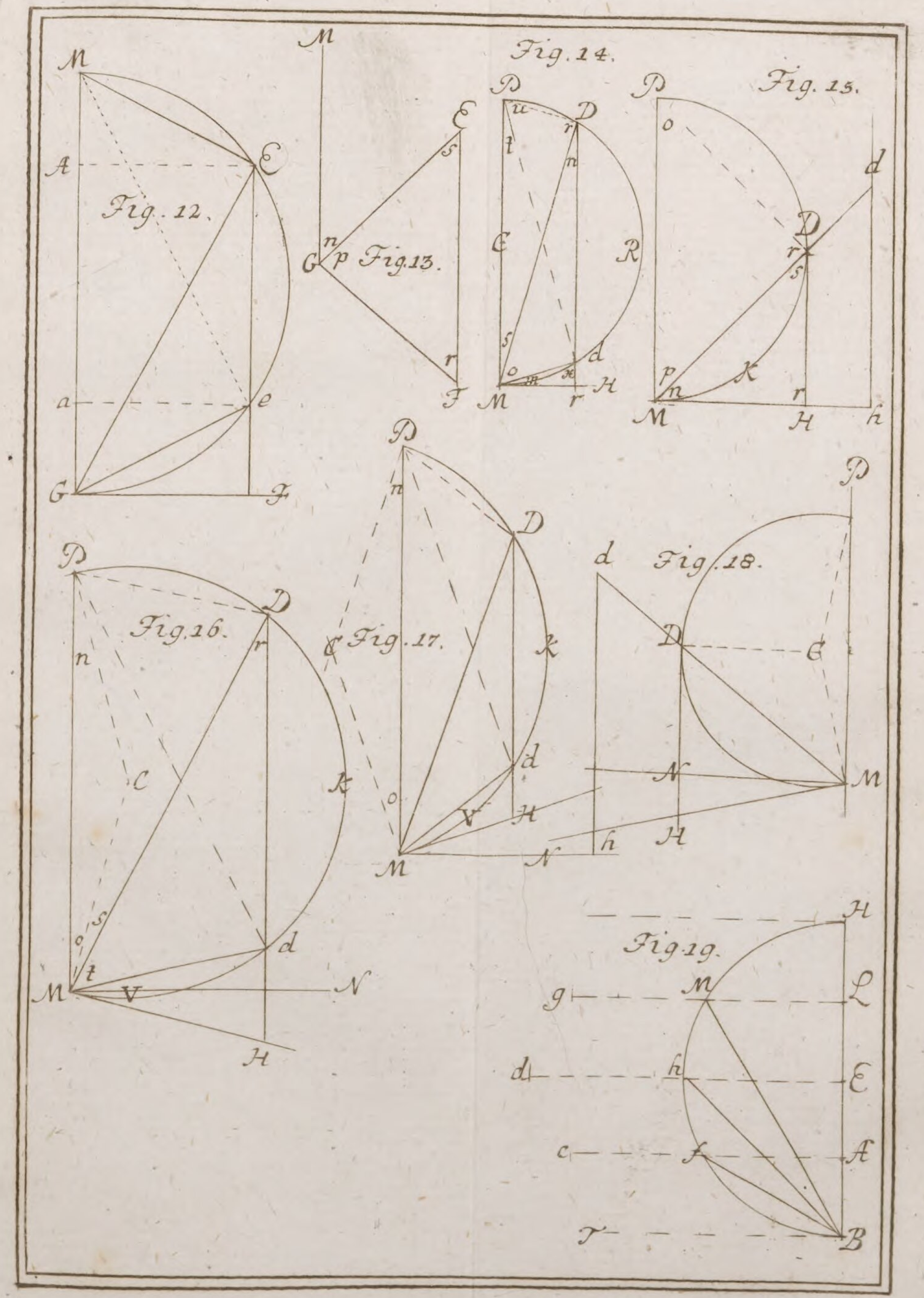


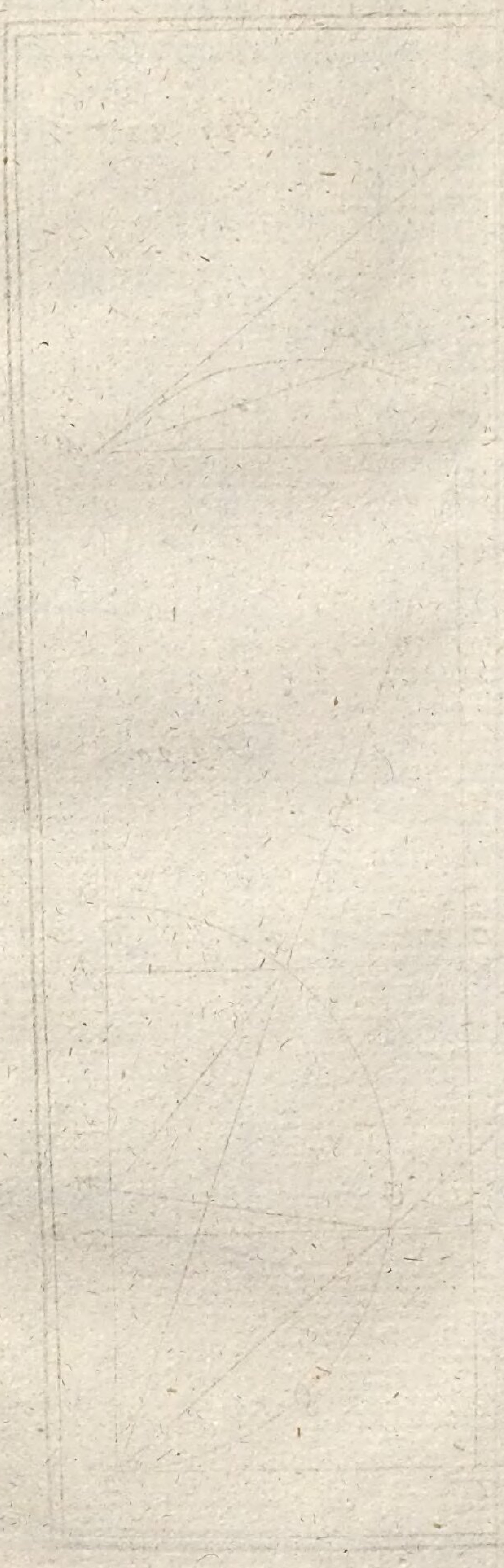
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.

Zur Ballistik Tab. 1.



Zur Balistik Tabula. 2.





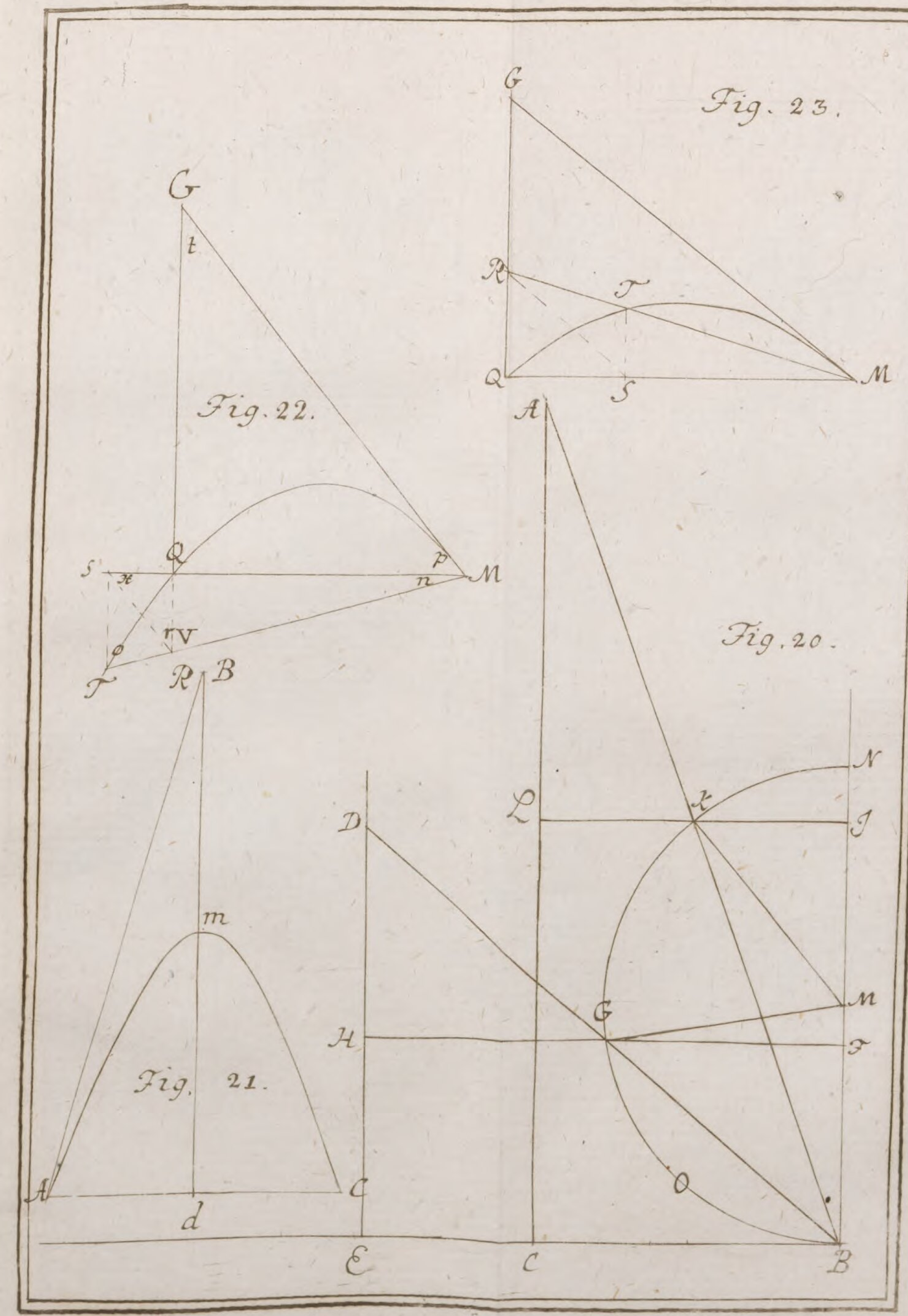
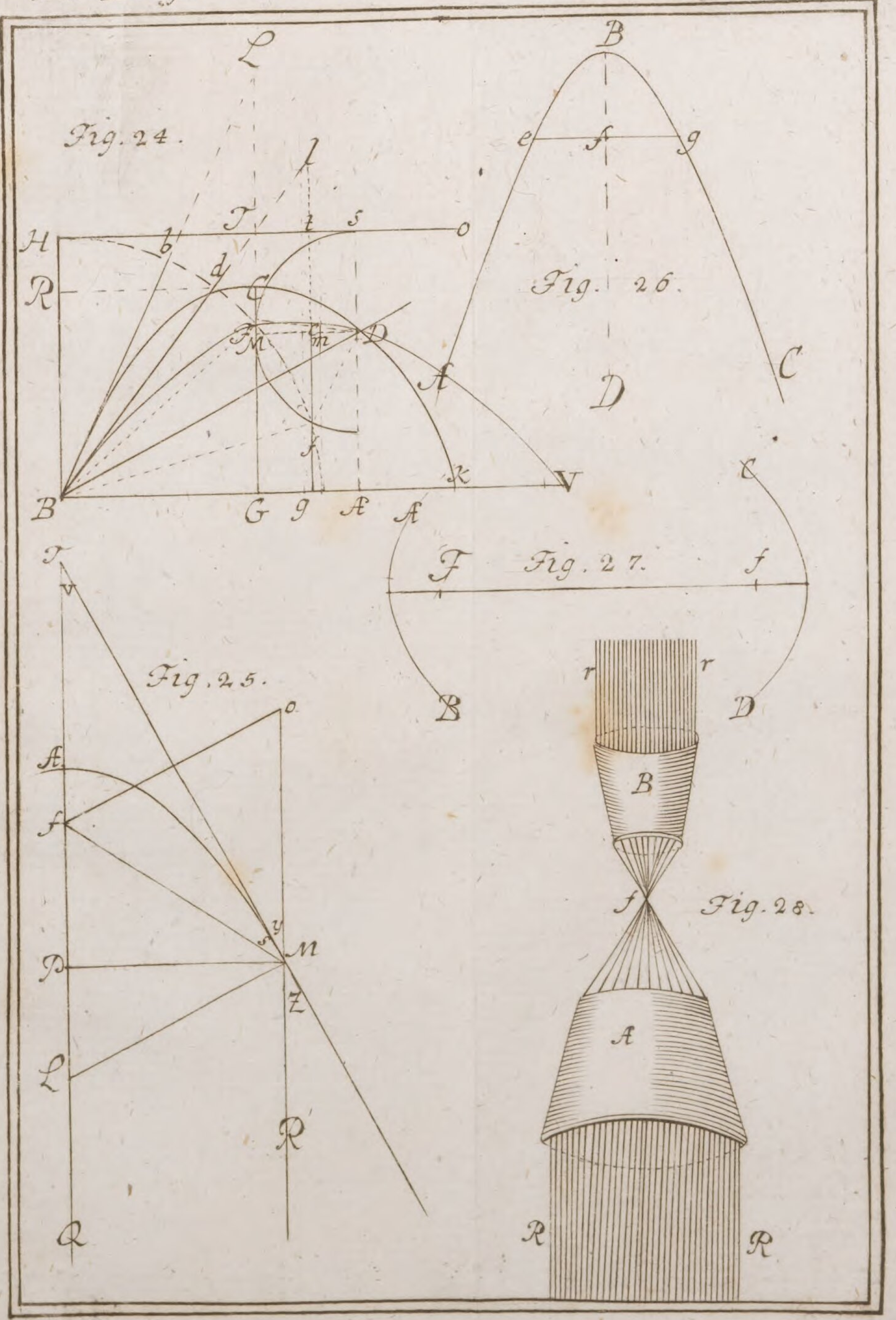


Fig. 23.
G
R
T
Q
S
M
Fig. 22.
G
t
Q
p
s
x
n
M
rV
o
T
R B
m
Fig. 21.
A
d
C
Fig. 20.
A
D
L
K
N
J
H
G
M
F
O
E
C
B

Zur Balist. Tabula 4. — Anwendung zur Catoptr.



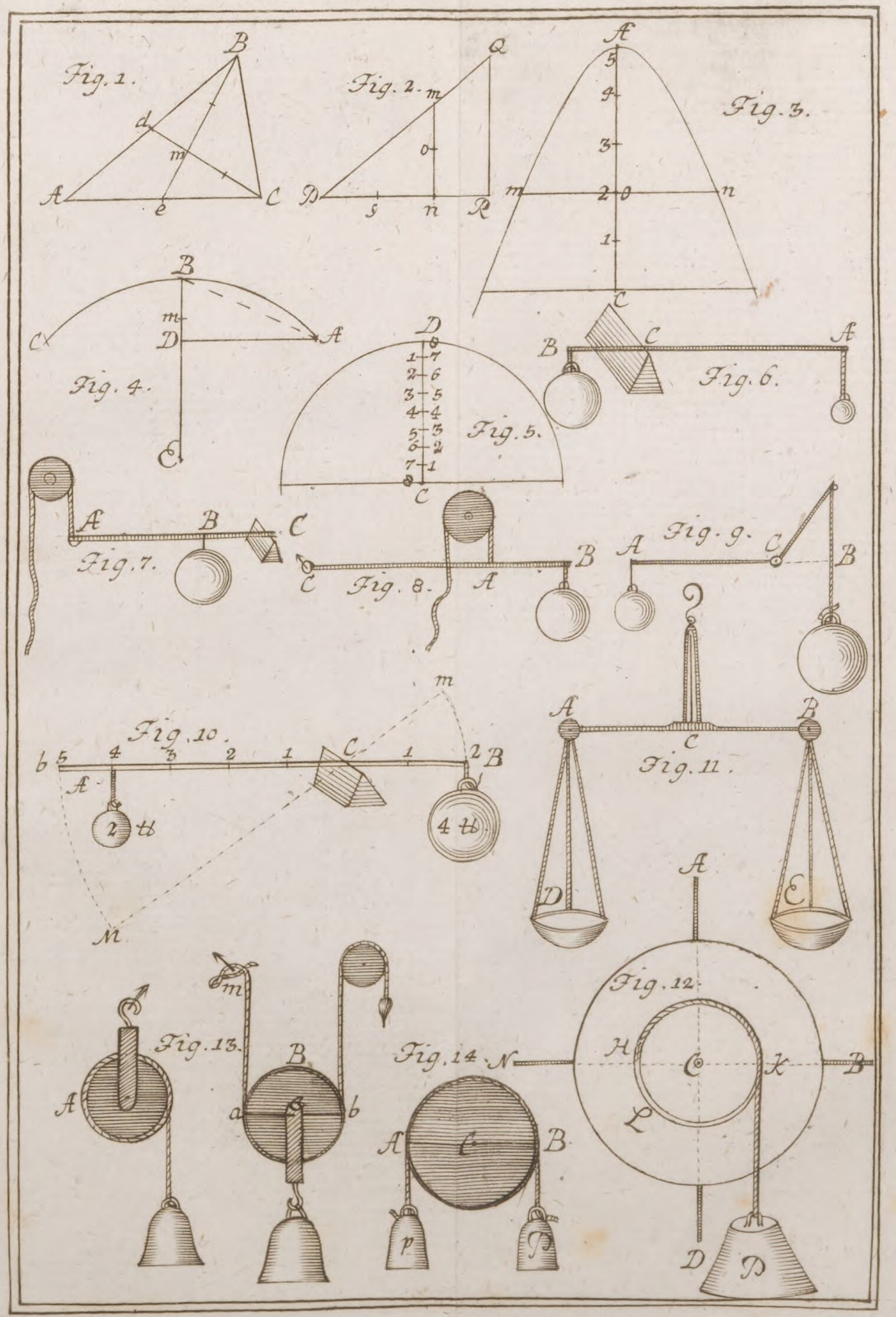


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

Zur Mechanik Tabula. 1. *

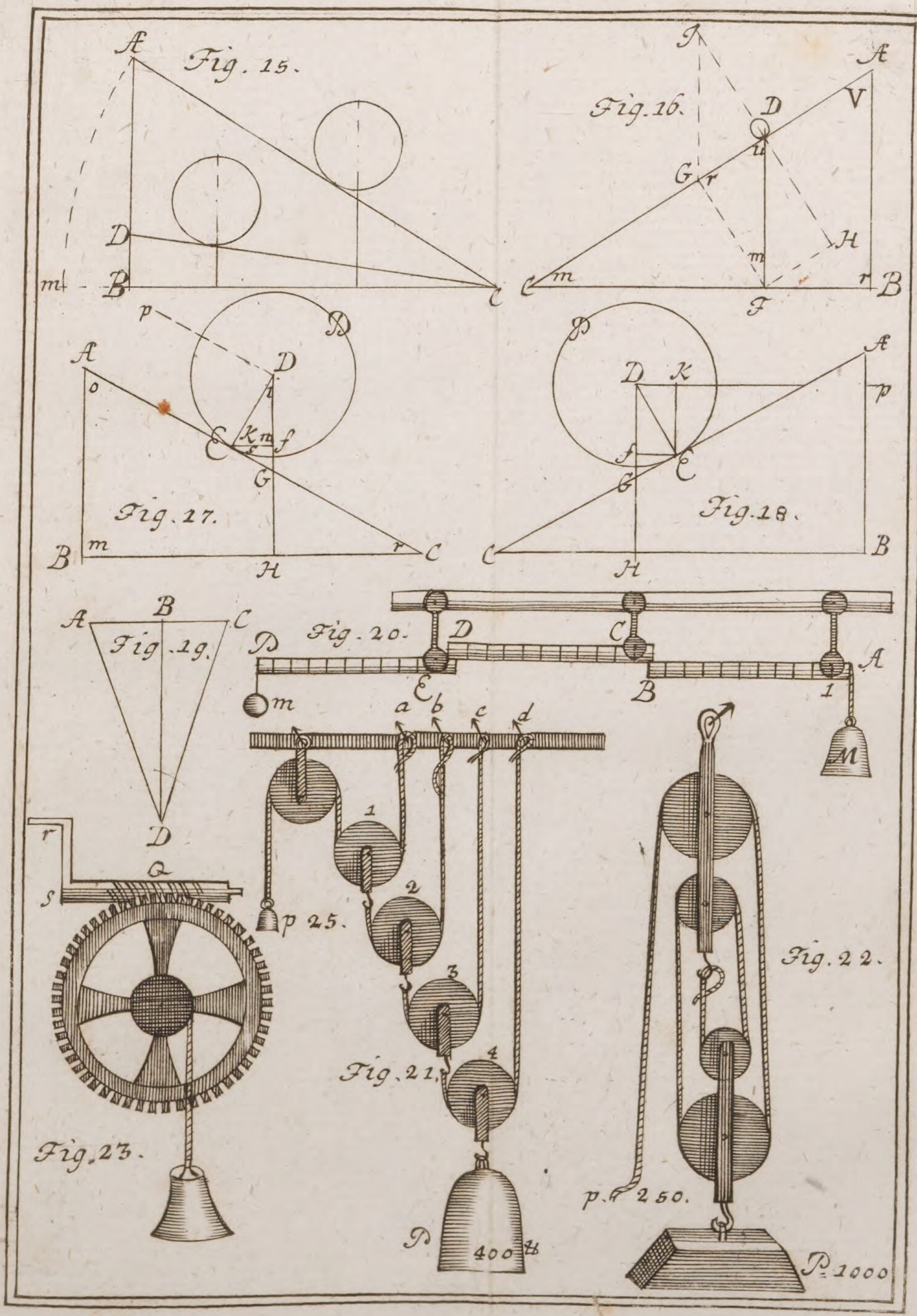
I. Tafel für die gewichte 1. 3. 9. 27. und 12.

Last	add. zur last	gegen gewicht.	Last	addire	gegen gew:	Last	addire	gegen gew:
1	0	1	19	9	27+1	37	0	27+9+1
2	1	3	20	9+1	27±3	38	1	27+9+3
3	0	3	21	9	27+3	39	0	27+9+3
4	0	3+1	22	9	27+3±1	40	0	27+9+3+1
5	3+1	9	23	3+1	27	41	1	27+12+3
6	3	9	24	3	27	42	0	27+12+3
7	3	9+1	25	3	27+1	43	0	27+12+3+1
8	1	9	26	1	27	44	3+1	27+12+9
9	0	9	27	0	27	45	3	27+12+9
10	0	9+1	28	0	27+1	46	3	27+12+9+1
11	1	9+3	29	1	27+3	47	1	27+12+9
12	0	9+3	30	0	27+3	48	0	27+12+9
13	0	9+3+1	31	0	27+3+1	49	0	27+12+9+1
14	9+3+1	27	32	3+1	27+9	50	1	27+12+9+3
15	9+3	27	33	3	27+9	51	0	27+12+9+3
						52	0	27+12+9+3+1
16	9+3	27+1	34	3	27+9+1			
17	9+1	27	35	1	27+9			
18	9	27	36	0	27+9			

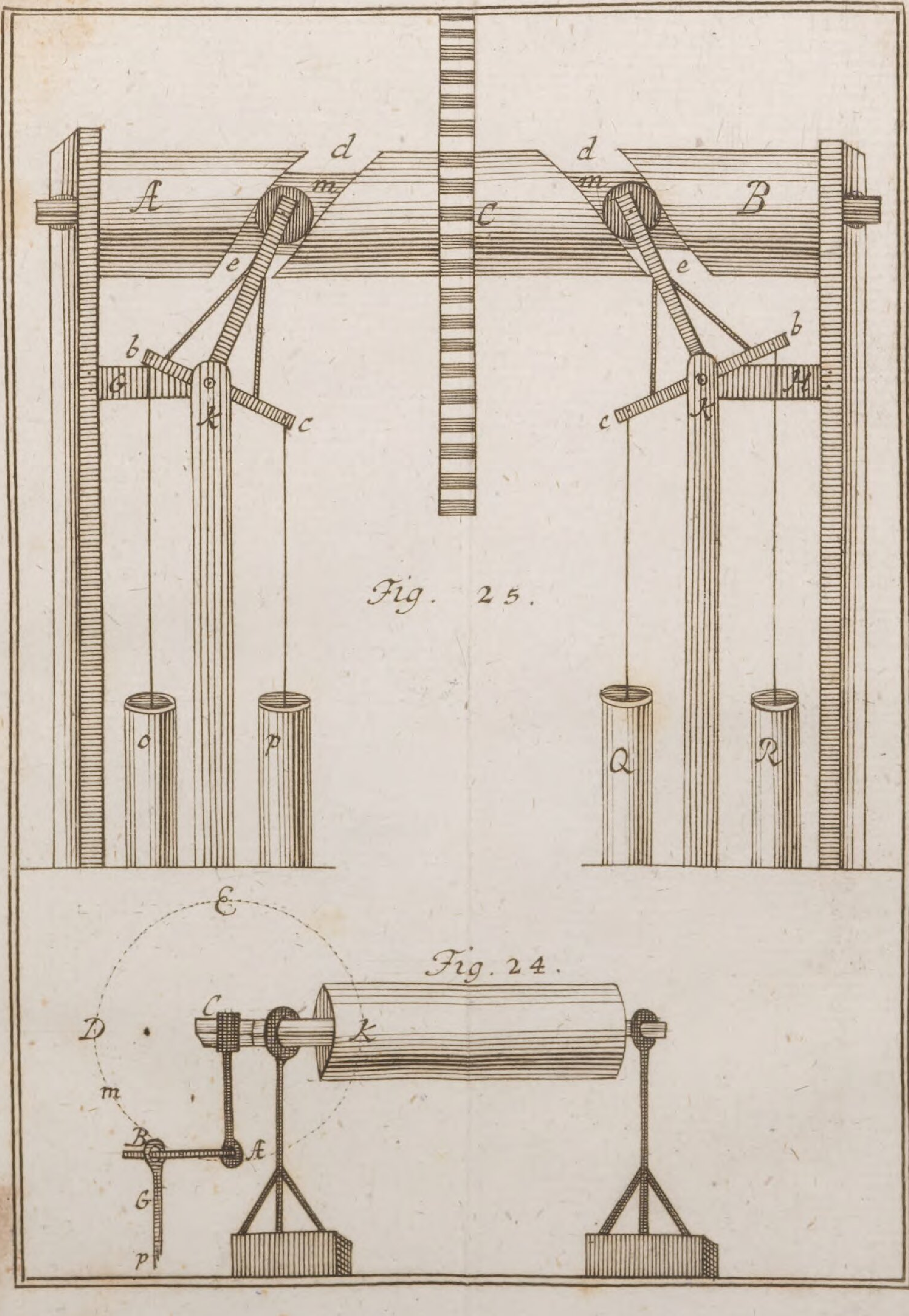
II Tafel für die Gewichte 1. 2. 4. 8. 16. 32.

last	gegen gew:	last	gegen gew:	last	gegen gew:	last	gegen gew:	last	gegen gew:
1	1	11	8+2+1	21	16+4+1	31	16+8+4+2+1	41	32+8+1
2	2	12	8+4	22	16+4+2	32	32	42	32+8+2
3	2+1	13	8+4+1	23	16+4+2+1	33	32+1	43	32+8+2+1
4	4	14	8+4+2	24	16+8	34	32+2	44	32+8+4
5	4+1	15	8+4+2+1	25	16+8+1	35	32+2+1	45	32+8+4+1
6	4+2	16	16	26	16+8+2	36	32+4	46	32+8+4+2
7	4±2+1	17	16+1	27	16+8+2+1	37	32+4+1	47	32+8+4+2+1
8	8	18	16+2	28	16+8+4	38	32+4+2	48	32+16
9	8+1	19	16+2+1	29	16+8+4+1	39	32+4+2+1	49	32+16+1
10	8+2	20	16+4	30	16+8+4+2	40	32+8	50	32+16+2

Zur Mechanik Tabula 2.



Zur Mechanik Tabula. 3.



STAATSBIBLIOTHEK
BAMBERG

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Barth, Anton <<von>>,

Anwendung der feinern Mathematick auf die Physick, und Artillerie

Bd.: [2]

1773

Bamberg, Staatsbibliothek -- Lyc.o.59(2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11731742-5
VD18 80055591